

# Aspekte des geometrischen Zeichnens

im Fachgegenstand GZ des RG und der NMS

sowie im Mathematikunterricht

[thomas.mueller@kphvie.ac.at](mailto:thomas.mueller@kphvie.ac.at)

Arbeitskriptum, Wintersemester 2016/17,



## Ziele

Studierende

- werden mit den Inhalten und Zielen des Gegenstandes *Geometrisches Zeichnen* vertraut
- setzen sich mit aktuellen Entwicklungen im Bereich der Raumgeometrie auseinander
- entwickeln Unterrichtsmaterialien
- erkennen Möglichkeiten der Vermittlung der Inhalte auch im Mathematikunterricht der Sek I
- erkennen Schlüsselstellen zum Verständnis des Raumgeometrieunterrichts
- werden zur Reflexion des Gegenstandes angeregt

## Methode

Vortrag - Seminarform, Arbeitskriptum, Gruppen- und Einzelarbeit, soziales Lernen exemplarisch, begleitende Lernplattform

## Inhaltliches/Aspekte

- Lehrplan – Lehrbücher – Fachzeitschriften
- Zeichentechnik: Freihand, Lineal und Zirkel, Computereinsatz
- Ausgewählte Kapitel:
  - Projektion, Normalrisse, Parallelriss, Zentralriss
  - Konstruktives: Lagen- und Maßaufgaben
- Leitideen des Raumgeometrieunterrichts
- Beitrag des Raumgeometrieunterrichts zur Grundbildung
- (Raumvorstellung – Entwicklung – Testung / Faktorenmodelle der Raumvorstellung)

## Notenfindung

Präsenz mindestens 80% (heuer sind das 10 von 13 Doppelstunden)

48-Punktesystem: 25 – 30 Punkte >> 4, 31 – 39 Punkte >> 3, 40 – 44 Punkte >> 2, 45 - ... >> 1

- Zeichenblätter/Unterrichtsmaterialien (max je 3 Punkte bei pctl. Abgabe >> 24 P),
- Inhaltstest (etwa 30 min) vs am 15.12. (8 Punkte)
- Projekt Bruck-Man (8 Punkte)
- Je ein Arbeitsblatt für den Unterricht zur Kompetenzorientierung und zur Grundbildung, das auch im Mathematikunterricht eingesetzt werden könnte (je 4 Punkte)
- Bonuspunktmöglichkeit nach persönlicher Vereinbarung

## Organisatorisches

Inhaltlich fällt diese LV in die *MSC2010-Bereiche* 51N05 und 97Gxx ([>> www.ams.org/msc/msc2010.html](http://www.ams.org/msc/msc2010.html))

Für die Gesamtarbeitszeit gibt es 4 *EC-Punkte* (d.h. 100 bis 120 Zeitstunden, davon Präsenz 22,5 h)

## Empfohlene Schulbuchliteratur

- [1] Blümel | Müller | Vilsecker: Geometrische Bilder, Skizzieren – Konstruieren - Modellieren, öbv (Österreichischer Schulbuchverlag), Wien 2012
- [2] Blümel | Müller | Vilsecker: Geometrische Bilder, Arbeitsheft öbv (Österreichischer Schulbuchverlag), Wien 2012
- [3] Asperl | Gems | Wischounig: Raumgeometrie pur Veritas-Verlag, Linz 2015
- [4] Asperl | Gems | Wischounig: GZ Handbuch für HS / KMS Vertias-Verlag, Linz 2008



## Zeitschrift

- [5] Informationsblätter der Geometrie, erscheinen zweimal jährlich, der Bezug ist kostenlos, allerdings an die Mitgliedschaft des Fachverbandes der Geometrie (ADG) gebunden, Mitgliedsbeitrag 12 €/Jahr; Mitglied werden: <http://www.geometry.at/index.php/verein/statuten-mitgliedschaft>

## Web

- [6] Raumgeometrieportal: <https://www.schule.at/portale/raumgeometrie-gz-dg-cad.html>
- [7] Fachverband der Geometrie (ADG): <http://www.geometry.at/>

## Raumgeometrisch Inhaltliches

- Projektion
- Raumkoordinatensystem
- Axonometrie und ihre Spezialfälle
- CAD-Ausblick
- Normalrisse
- Perspektive
- Konstruktives

DS	Inhalt (geplant)	Übung	Technik
1	Proj. RKS	Ü1: Projektion Buchstaben p9	Freihand
2	Axo + Spez	Ü2: Objekt in Gitter	Z&L
3		Ü3: RKS-Objekt	Z&L
4		Ü4: Axo Objekt wie p14	
5		Ü5: CAD	CAD
6		Ü6: Hauptrisse	
7		Ü7: Perspektive	
8		Ü8: WL	
9		Projekt „Bruck-Man“	
10	TEST! Leitideen, Grundbil- dung, GZ im MU	Arb.blatt Kompez	
11	Kompetenzorientierung	Arb.blatt Grundbildung	
12			
13			

## Reflexion „Raumgeometrieunterricht“

- Leitideen des RGU
- Kompetenzen und Standards
- Beitrag zur Grundbildung

## Zur Geschichte

Die Inhalte dieser Lehrveranstaltung bauen auf der *Darstellenden Geometrie* und den Gesetzen der Projektion auf. Als Begründer der klassischen Darstellenden Geometrie gilt allgemein der Franzose **Gaspard MONGE** (1746 – 1818). Zentrale raumgeometrische und konstruktive Inhalte finden sich bereits früher, etwa beim genialen deutschen Künstler **Albrecht DÜRER** (1471 – 1528), beim römischen Architekten **Marcus VITRUV** (1. Jhdt v. Chr.) oder beim griechischen Mathematiker **EUKLID** (um 300 v. Chr.).

## Lizenzhinweis

Für die Inhalte dieses Skriptums gilt **CC BY-NC-SA** >> <http://creativecommons.org/licenses/> „Namensnennung - Nicht-kommerziell - Weitergabe unter gleichen Bedingungen“ Ausgenommen davon sind besonders gekennzeichnete Beispiele/Zeichnungen.



# Geometrisches Zeichnen – Gesetzliche Basis

**NMS:** Grundlegend ist das *Umsetzungspaket* >> [www.bmb.gv.at/schulen/unterricht/lp/lp\\_nms.html](http://www.bmb.gv.at/schulen/unterricht/lp/lp_nms.html) (20160921)  
Bundesgesetzblatt BGBl\_2012\_ii\_185 vom 30. Mai 2012, Anlage 1 (Lehrplan GZ, Seite 60 von 108)

GZ ist ein **Pflichtgegenstand** bei Führung eines „*Schwerpunktes, der dem naturwissenschaftlichen und mathematischen Schwerpunktbereich zuzuordnen ist.*“ (vgl. Stundentafel p 19 von 108)

Bei anderen Schwerpunktsetzungen kann **GZ schulautonom** geführt werden, als **Freigegegenstand** sogar von der 1. bis zur 4. Klasse im Umfang von insgesamt 2 bis 8 Wochenstunden. (vgl. p 21 von 108)

**AHS:** Pflicht im **Realgymnasium** in der 8. Schulstufe

[https://www.bmb.gv.at/schulen/unterricht/lp/ahs10\\_785.pdf?4dzgm2](https://www.bmb.gv.at/schulen/unterricht/lp/ahs10_785.pdf?4dzgm2) (20160921)

## Geometrisches Zeichnen - Lehrplan

### Bildungs- und Lehraufgabe:

- Richtige Handhabung und Wartung fachspezifischer Werkzeuge, jeweils in Abstimmung mit der Aufgabenstellung;
- Informationsgewinn durch geeignete Ausfertigung graphischer Arbeiten;
- Erkennen von Strukturen und Eigenschaften geometrischer Objekte;
- Erkennen geometrischer Grundfiguren in größeren Zusammenhängen;
- Entwickeln von Objekten durch Transformieren und Modellieren;
- Anwenden geometrischer Grundkenntnisse auf naturwissenschaftliche und technische Problemstellungen;
- Erkennen und Verwenden der Geometrie als Sprache; Einsetzen von Handskizzen als Hilfsmittel bei der Entwurfsarbeit, aber auch als selbstständige Darstellungsform;
- Anwendung geeigneter Abbildungsverfahren;
- Interpretation und Weiterentwicklung geometrischer Darstellungen;
- Anwendung geeigneter Unterrichtssoftware (2D-Systeme, 3D-Systeme).

### Beitrag zu den Aufgabenbereichen der Schule:

Der Unterricht in Geometrischem Zeichnen verknüpft die Vorstellung von den Erscheinungen der Welt in uns und das Verständnis für Raum und Figur. Diese Grunderfahrungen tragen zur Erkenntnis bei, dass Phänomene existieren, die unabhängig von der augenblicklichen Befindlichkeit des Menschen sind. Die oder der Einzelne gewinnt Gestaltungsfreiheit und kann sein technisches Grundwissen in den Dienst der Gemeinschaft stellen.

### Beiträge zu den Bildungsbereichen:

#### *Sprache und Kommunikation:*

Sprache als Kommunikationsmittel für das Beschreiben und Erklären geometrischer Objekte und Vorgänge, die Zeichnung als Sprache der Technik, Präzision im sprachlichen Ausdruck; Zeichnungen als Mittel der interkulturellen Verständigung.

#### *Mensch und Gesellschaft:*

Vorbereitung auf die Berufswelt (zB zweckentsprechender Einsatz von Werkzeugen), die Vorteile von Gründlichkeit und Ordnung erkennen.

#### *Natur und Technik:*

Erfassen, Strukturieren, Modellieren geometrischer Objekte, Erfassen und Diskutieren von Bewegungsvorgängen und Transformationen im Raum, Raumvorstellungs- und Intelligenztraining.

#### *Kreativität und Gestaltung:*

Individuelles Gestalten von geometrischen Objekten und Modellen, kreatives Lösen von geometrischen Problemstellungen, einen angemessenen Anspruch an Sauberkeit und Genauigkeit graphischer Ausfertigung entwickeln; Endausfertigung von Zeichnungen nach ästhetischen Gesichtspunkten.

#### *Gesundheit und Bewegung:*

Entwicklung der Feinmotorik.

## **Didaktische Grundsätze:**

Der Unterricht soll auf die Selbsttätigkeit der Schülerinnen und Schüler ausgerichtet sein; d. h. der rezeptive Anteil ist auf die Vermittlung grundsätzlicher Überlegungen und einführende Unterrichtssequenzen zu beschränken. Abgesehen von ausdrücklich streng gefassten Arbeitsaufträgen soll solchen Aufgaben, die die Kreativität und selbstständige Gestaltungskraft der Schülerinnen und Schüler anregen, der Vorzug gegeben werden.

Die Freihandskizze ist als ein unverzichtbares Hilfsmittel bei der Entwurfsarbeit, aber auch als selbstständige Darstellungsform einzusetzen.

Beim Einsatz von CAD-Systemen ist auf die Verfügbarkeit geeigneter Arbeitsmittel zur Einzel- oder Partnerarbeit hinzuwirken. Dabei ist auf die sachgerechte und intelligente Nutzung zu achten.

Die Konstruktion auf dem Zeichenblatt soll durch Modelle und andere Hilfsmittel, die der Entwicklung der Raumschauung dienen bzw. die geometrischen Hintergründe deutlich machen, begleitet werden.

Bei der Behandlung von Raumobjekten sollen Aussagen über geometrische Inhalte und Beziehungen vorwiegend aus der jeweiligen Raumsituation entwickelt werden.

Bei der Abbildung von Raumobjekten soll stets exakt zwischen einer Betrachtung der Raumsituation und einer Beschreibung des Bildes unterschieden werden.

Es ist größter Wert auf Genauigkeit und Sauberkeit zu legen. Der graphischen Gestaltung der Arbeiten kommt - abgestimmt auf die jeweils verwendete Ausfertigungstechnik - besondere Bedeutung zu.

Auf Anwendung der Fachsprache ist zu achten.

Die Schülerinnen und Schüler sind zu einer geeigneten Form der Dokumentation der Unterrichtsarbeit anzuhalten.

## **Lehrstoff:**

### ***Kernbereich:***

#### **3. Klasse:**

##### **Ebene Geometrie:**

Kennenlernen und Anwenden von geometrischen Grundelementen und Grundstrukturen.

Eigenständiges Gestalten von Ornamenten und Mustern. Spielerisches Experimentieren.

Anwendung von 2D-Systemen.

##### **Axonometrische Darstellungen ebenflächig begrenzter geometrischer Körper:**

Kartesisches Koordinatensystem.

Spezielle axonometrische Darstellungen; Sichtbarkeitsüberlegungen.

Ebene Schnitte, einfache Verschneidungen.

Einführung in ein geeignetes 3D-System.

Modellierungsvorgänge; Beispiele aus Alltag, Architektur, Technik.

Erkennen räumlicher Zusammenhänge.

##### **Hauptrisse:**

Grund-, Auf- und Kreuzriss: Herstellen und rekonstruierendes Lesen solcher Risse.

#### **4. Klasse:**

##### **Mehrbilderverfahren:**

Seitenrisse als Darstellungsmittel und Konstruktionshilfe: wahre Länge; wahre Gestalt.

Werkzeichnungen; Bemaßung; Maßstab.

##### **Perspektive:**

Grundeigenschaften und ihre Anwendung auf einfache Darstellungen.

##### **Ellipse:**

Anschauliche Erzeugung; Eigenschaften; Anwendungen.

##### **Krumme Flächen:**

Beispiele, Darstellungsskizzen; Betrachtung und Darstellung: Drehzylinder, Drehkegel, Kugel.

Modellierungsvorgänge; Annäherung im Rahmen geeigneter 3D-Systeme.

##### **Erweiterungsbereich:**

Die Inhalte des Erweiterungsbereichs werden unter Berücksichtigung der Bildungs- und Lehraufgabe sowie der Didaktischen Grundsätze festgelegt (siehe den Abschnitt „Kern- und Erweiterungsbereich“ im dritten Teil).

## GZ im Mathematikunterricht

Ausschnitt aus dem Lehrplan MATEHMATIK für die Neuen Mittelschulen

### NMS-Umsetzungspaket

[https://www.bmbf.gv.at/schulen/recht/erk/bgbla\\_2012\\_ii\\_185\\_anl1\\_22513.pdf?4dzi3h](https://www.bmbf.gv.at/schulen/recht/erk/bgbla_2012_ii_185_anl1_22513.pdf?4dzi3h) (20150313)

Bundesgesetzblatt BGBl\_2012\_ii\_185 vom 30. Mai 2012, Anlage 1 (Lehrplan Math., Seite 52 von 108)



sofern Geometrisches Zeichnen nicht als eigener Unterrichtsgegenstand geführt wird, sind im Unterricht von Mathematik die Grundzüge des Unterrichtsgegenstandes Geometrisches Zeichnen zu vermitteln.

**MATHEMATIK**

**Bildungs- und Lehraufgabe:**

Die Schülerinnen und Schüler sollen

- in den verschiedenen Bereichen des Mathematikunterrichts Handlungen und Begriffe nach Möglichkeit mit vielfältigen Vorstellungen verbinden und somit Mathematik als beziehungsreichen Tätigkeitsbereich erleben;
- mathematisches Können und Wissen aus verschiedenen Bereichen ihrer Erlebnis- und Wissenswelt nutzen sowie durch Verwenden von Informationsquellen weiter entwickeln. Das Bilden mathematischer Modelle und das Erkennen ihrer Grenzen soll zu einem verantwortungsvollen Umgang mit Aussagen führen, die mittels mathematischer Methoden entstanden sind;
- durch Reflektieren mathematischen Handelns und Wissens Einblicke in Zusammenhänge gewinnen und Begriffe bilden;
- in Verfolgung entsprechender Lernziele produktives geistiges Arbeiten, Argumentieren und exaktes Arbeiten, kritisches Denken, Darstellen und Interpretieren als mathematische Grundtätigkeiten durchführen, wobei sie dazu hingeführt werden sollen, Lernprozesse selbstständig zu gestalten;
- durch das Benutzen entsprechender Arbeitstechniken, Lernstrategien und heuristischer Methoden Lösungswege und -schritte bei Aufgaben und Problemstellungen planen und in der Durchführung erproben;
- verschiedene Technologien (zB Computer) einsetzen können.

**Unterrichtsziele und Unterrichtsinhalte:**

Die Schülerinnen und Schüler sollen durch Erwerb und Nutzung grundlegender Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten Einsichten in die Gebiete Arithmetik, elementare Algebra und Geometrie gewinnen.

- Arithmetik: Mit rationalen Zahlen rechnen, Rechenergebnisse abschätzen, elektronische Hilfsmittel benutzen können, Gesetzmäßigkeiten des Rechnens kennen und anwenden können.

www.ris.bka.gv.at

Vergleiche dazu auch die Hinweise und Kommentare unter

<http://www.schule.at/portale/raumgeometrie-gz-dg-cad/themen/detail/gz-in-der-nms.html> (20160808)

# Projektion, Raumkoordinatensystem

**Zeichentechnik:** v.a. Freihand >> <http://geometrie.muel.at/freihandzeichnen/>

[8] Müller, T.: Den Raum freihändig bezwingen Geometrisches Freihandzeichnen – Schritt für Schritt (5. – 9. Klasse), in: Praxis der Mathematik, Heft 69, S. 8 – 14, Aulis Verlag, 2016

**Zeichentechnik:** mit Textverarbeitung >> <http://geometrie.muel.at/>

**Projektion** = Abbildung des Raumes in eine Ebene  $R^3 \rightarrow R^2$

- Inzidentreu  $P \in g \rightarrow P^p \in g^p$
- Parallelprojektion: parallelentreu  $g \parallel h \rightarrow g^p \parallel h^p$   
 teilverhältnistreu  $AB:BC = A^pB^p:B^pC^p$
- Zentralprojektion (nicht pt., nicht tvt.)

Weitere: Kotierte Projektion, Zyklografie, ...

>> [www.schule.at/portale/raumgeometrie-gz-dg-cad/klassische-fachgebiete.html](http://www.schule.at/portale/raumgeometrie-gz-dg-cad/klassische-fachgebiete.html)

**Begriffe:** Projektionsstrahl/Sehstrahl, Zentrum/Augpunkt (Z, auch O), Bildebene (meist  $\pi$ ), Bild/Riss, projizierend, Hauptlage/Hauptgerade  
 Normalprojektion als Spezialfall der Parallelprojektion

## Kartesisches Raumkoordinatensystem

Ziel: Objekte im Raum durch Zahlen beschreibbar zu machen

i.a. *Rechts*koordinatensystem

*Rechte Hand:* Daumen = x, Zeigefinger = y, Mittelfinger = z

Andere: Kugelkoordinaten, Zylinderkoordinaten

Absolute und relative Koordinatensysteme (Weltkoordinatensystem und Benutzerkoordinatensystem)

Modelle, z.B.

1. Koordinatengitter – 3 Ebenen (aus A4-Blatt)
2. Dreibein – 3 Achsen von einem Punkt aus (Draht/Trinkhalme)

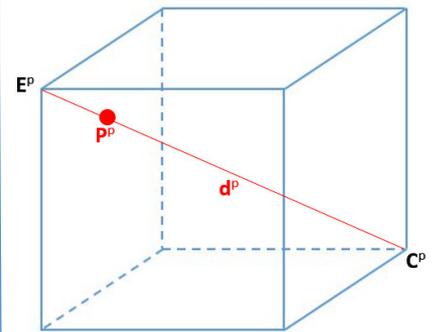
## Axonometrische Methode

= Parallelprojektion, bei dem die Bilder der Raumkoordinatenachsen vorgegeben sind.

1. Das abzubildende Objekt wird mit einem Koordinatensystem  $\{U; E_x, E_y, E_z\}$  verknüpft.
2. Der Parallelriss des Koordinatensystems wird entweder durch Angabe von  $U^p, E_x^p, E_y^p, E_z^p$  oder durch Angabe der orientierten Achsenbilder  $x^p, y^p, z^p$  samt Verzerrungen  $v_x, v_y, v_z$  so festgelegt, dass keine der Koordinatenebenen projizierend ist (d.h. die Achsenbilder  $x^p, y^p, z^p$  müssen paarweise verschieden sein).
3. Die Risse von Objektpunkten werden über die Risse von Koordinatenwegen eingemessen ( $\rightarrow$  **axonometrisches Aufbauverfahren**).

**Satz von Pohlke:** Jedes ebene Dreibein  $\{U^p; E_x^p, E_y^p, E_z^p\}$  ist zu einem bestimmten Parallelriss eines vorgegebenen räumlichen Koordinatensystems  $\{U; E_x, E_y, E_z\}$  ähnlich.

Zur Inzidentreue

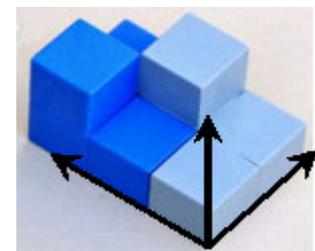
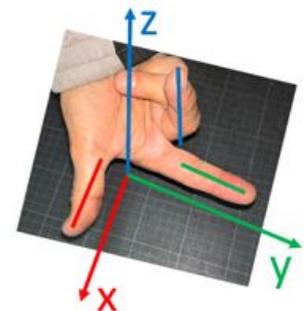


Parallelprojektion eines Würfels?

Liegt der Punkt P im Raum tatsächlich auf der Geraden d?

Muss d wirklich die Raumdiagonale des Würfels sein?

Handelt es sich beim Bild tatsächlich um einen Würfel?



## Zentralprojektion

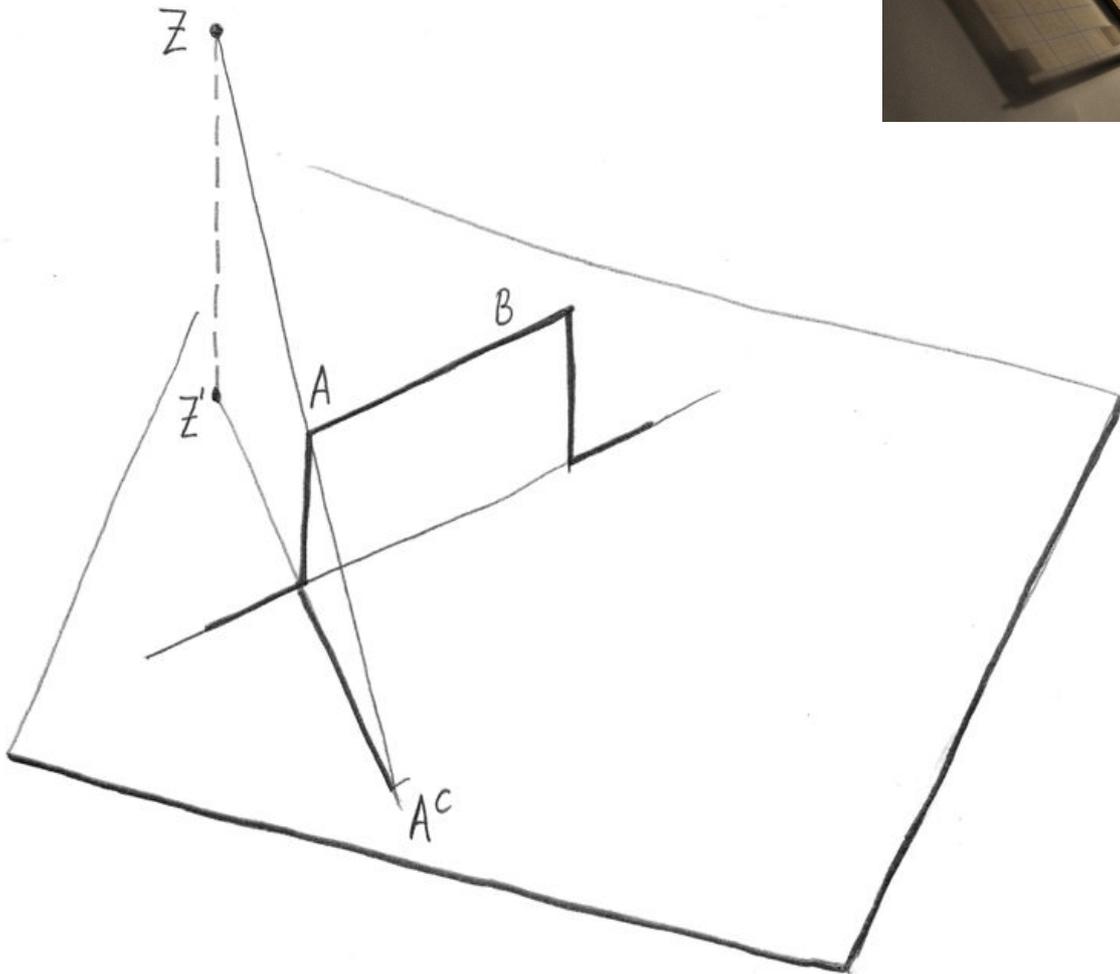
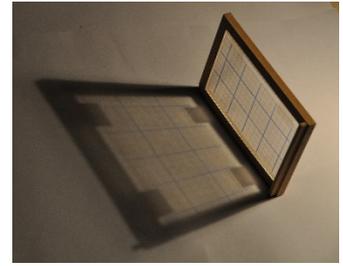


Abbildung:  $\mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$

	JA / NEIN	Ausnahmen	Umkehrung $P^c \rightarrow P$
Punkttreu			
Geradentreu			
Inzidentreu			
Parallelentreu			
Teilverhältnistreu			

## Parallelprojektion

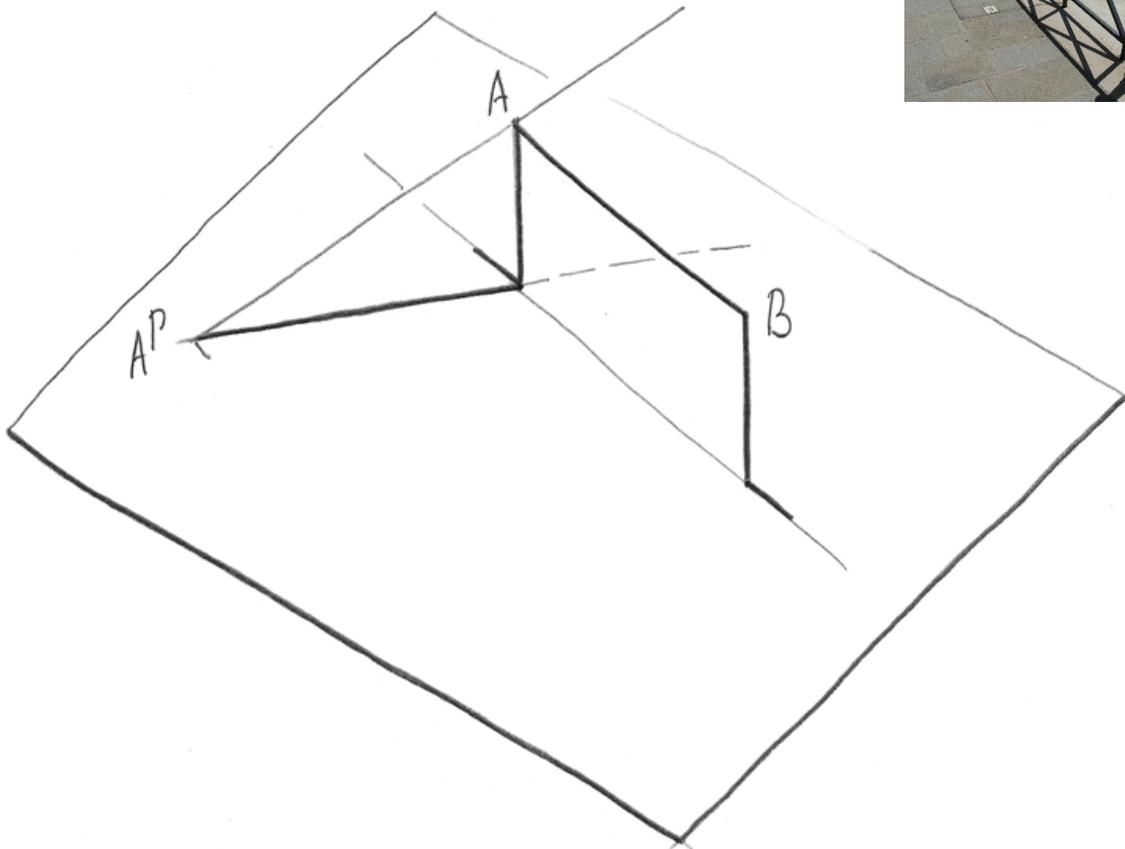
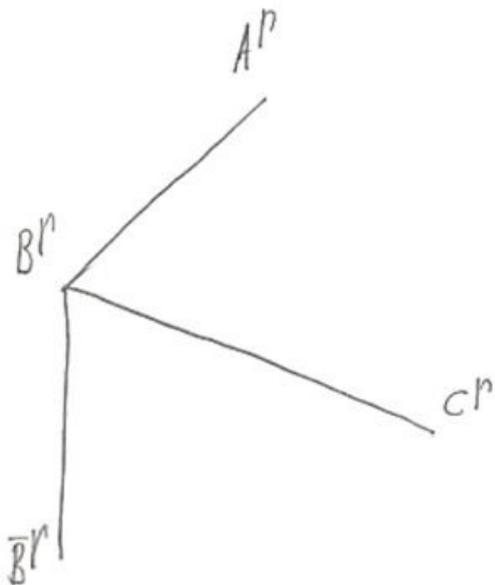
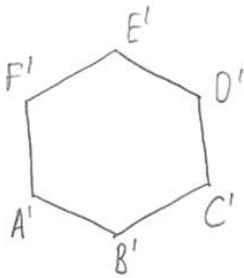
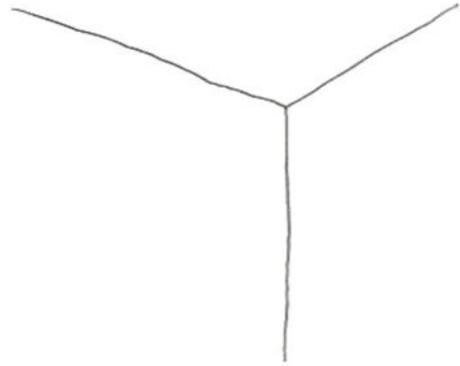
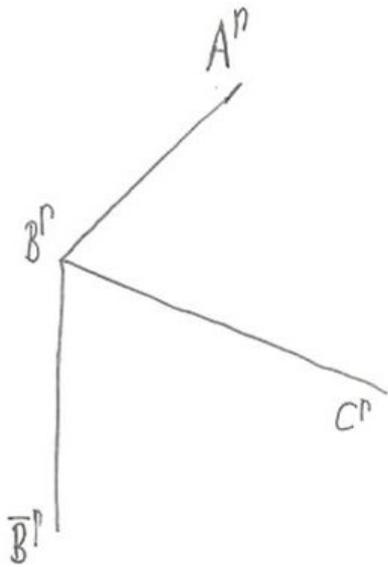


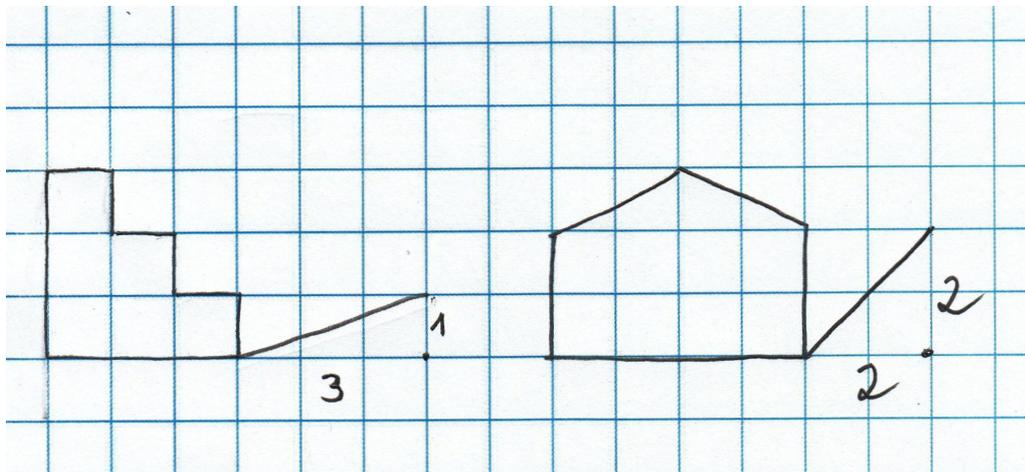
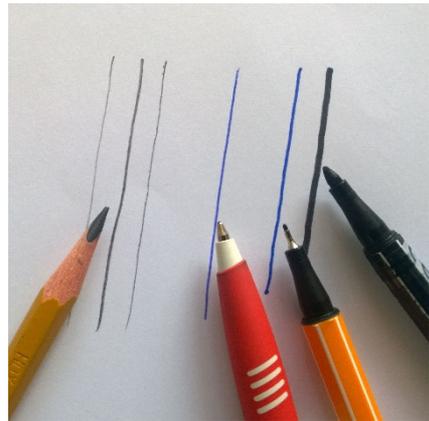
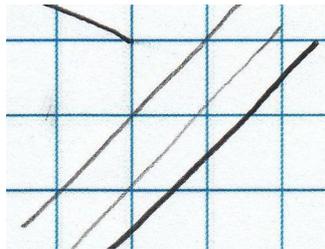
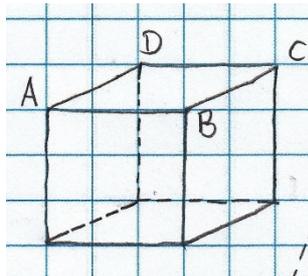
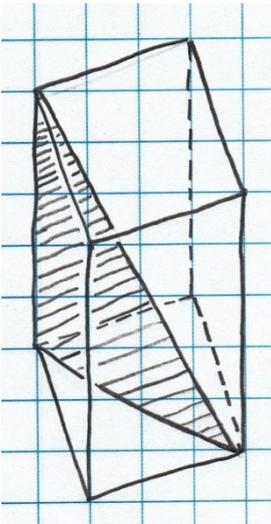
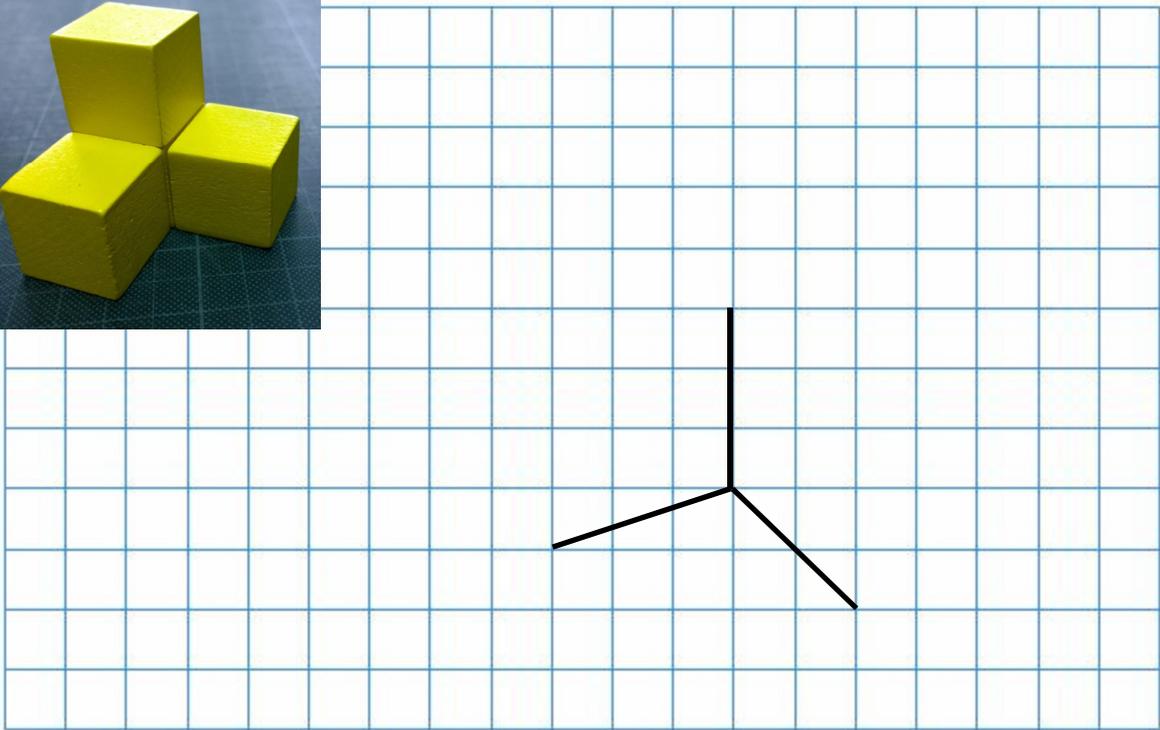
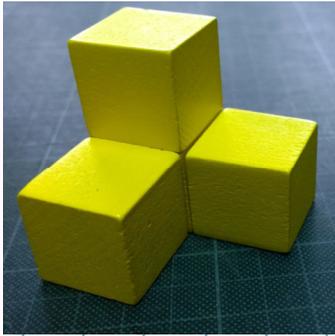
Abbildung:  $\mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$

	JA / NEIN	Ausnahmen	Umkehrung $P^c \rightarrow P$
Punkttreu			
Geradentreu			
Inzidentreu			
Parallelentreu			
Teilverhältnistreu			

# Parallelriss – Würfel/Quader, Prisma



# Parallelriss – Zeichnen im Gitter



## Tor oder kein Tor – Parallelriss als Annäherung an einen Zentralriss

10. Dezember 1999: Sturm Graz gegen AC Parma

Tormann Schicklgruber von Sturm Graz hält den Ball – *vor* oder *hinter* der Torlinie?



Aus der Titelseite des Kurier vom 11. 12. 99

Konstruiere selbst:



Bemerkung: Das mit großer Brennweite (Teleobjektiv) aufgenommene Foto kann näherungsweise als Parallelprojektion interpretiert werden. Es ist nicht bekannt, ob der Ball zum Zeitpunkt des Fotos die "torinnerste" Lage erreicht hat!

Hinweise zur Konstruktion:

- Kontrolliere zunächst die "Güte" der Parallelprojektion.  
(Wie werden räumlich parallele Geraden abgebildet?)
- Lege durch die "Ballmitte" eine Parallele zu den Torlatten (links / rechts) [=Senkrechte]  
Schneidet diese Senkrechte den Rasen vor oder hinter der Torlinie!  
Beachte: Ein Tor liegt nur vor, wenn der Ball mit vollem Umfang hinter der Torlinie ist!  
Wie läßt sich dieser Schnittpunkt konstruieren?
- Wie fällt der Schatten dieser Senkrechten, durch welchen Punkt muß er verlaufen?
- Wie sieht der Grundriss des Balls aus?
- Wie lautet die Interpretation?

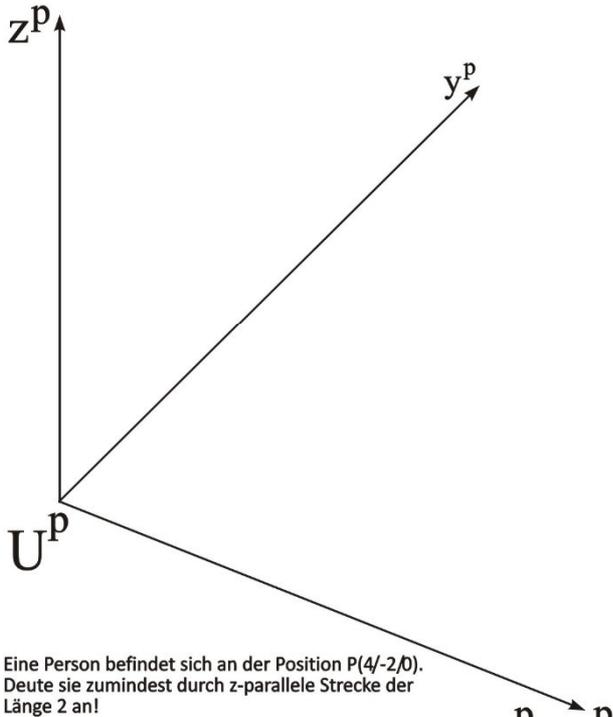
# Das Raumkoordinatensystem / Axonometrie

## Würfel oder kein Würfel?

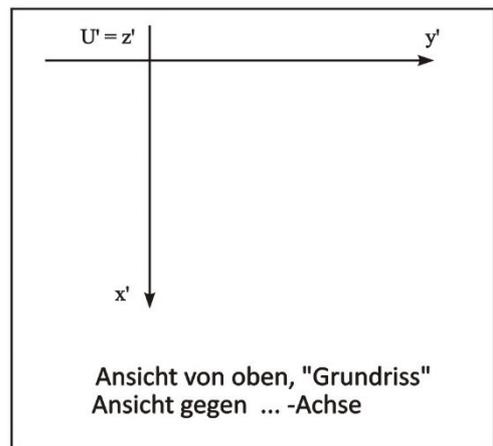
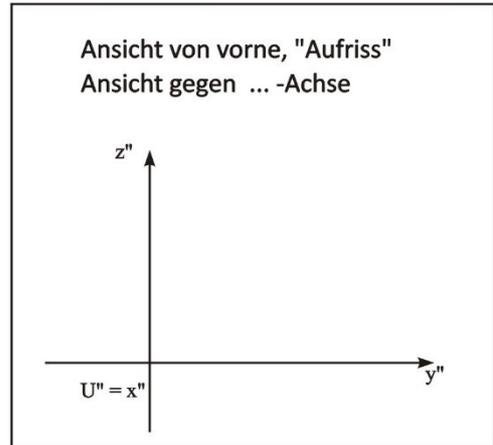
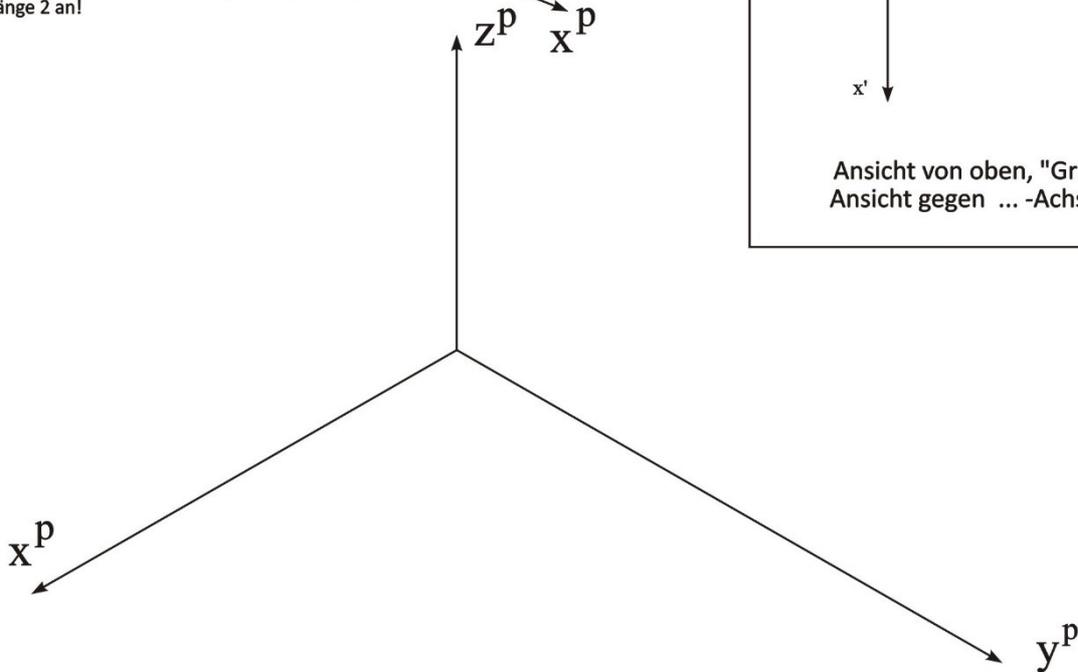
A(4/0/0), B(0/3/0), C(3/7/0), D(7/4/0)

Welche Figur legen diese vier Punkte fest?  
 In welchem der vier Risse erkennt man dies hier am besten?  
 Errichte über dieser Basisfigur einen regelmäßigen Körper!

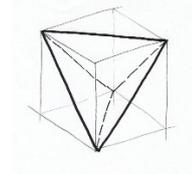
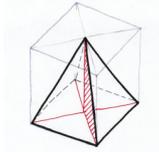
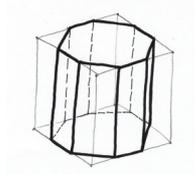
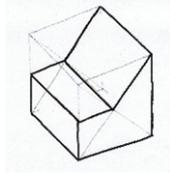
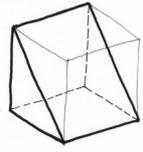
Die Verzerrungen sind in den beiden "Axonometrien" jeweils 1,  
 in den "Haupttrissen" jeweils 0,5!



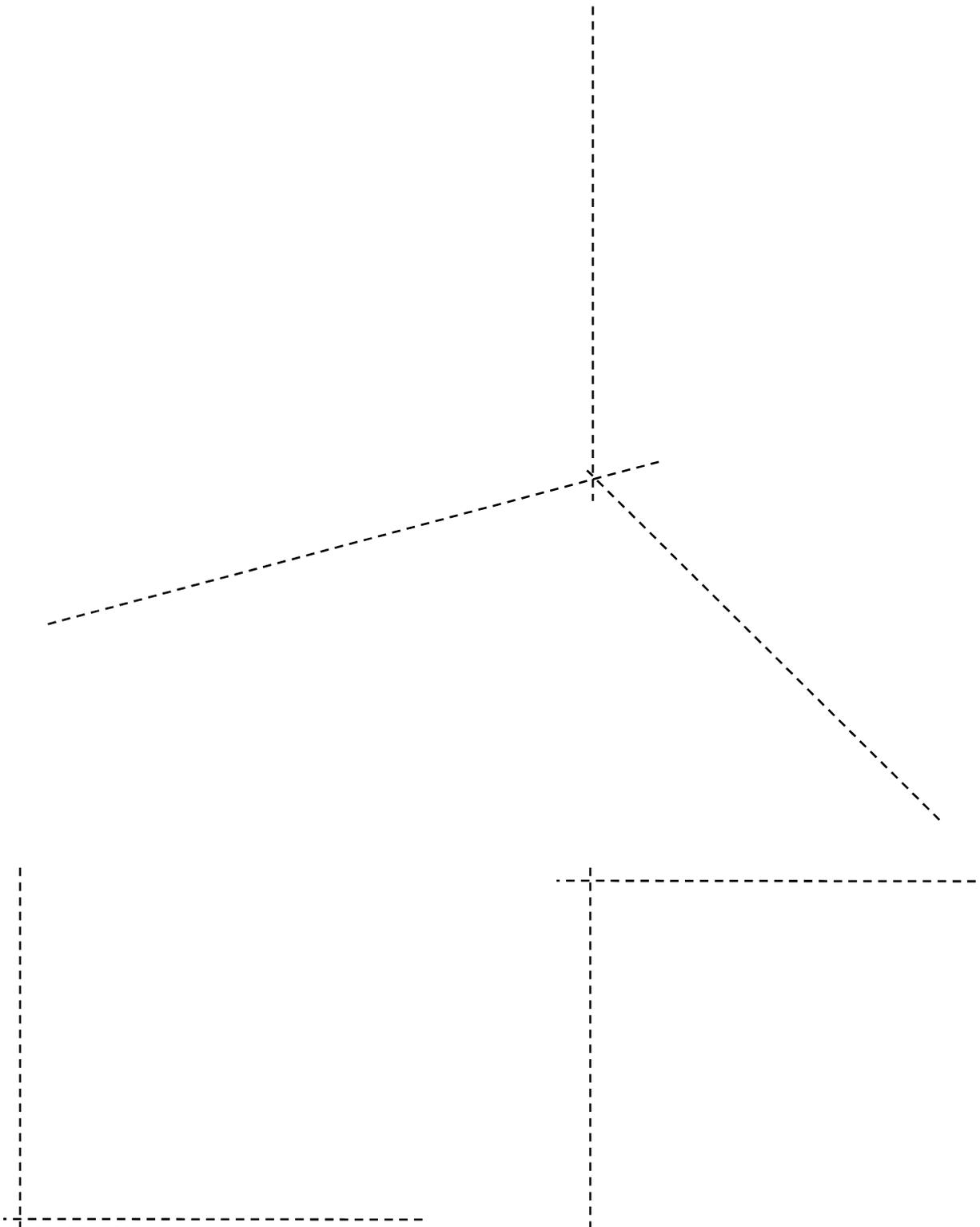
Eine Person befindet sich an der Position P(4/-2/0).  
 Deute sie zumindest durch z-parallele Strecke der  
 Länge 2 an!



## Vielfältige Würfelschnittvariationen



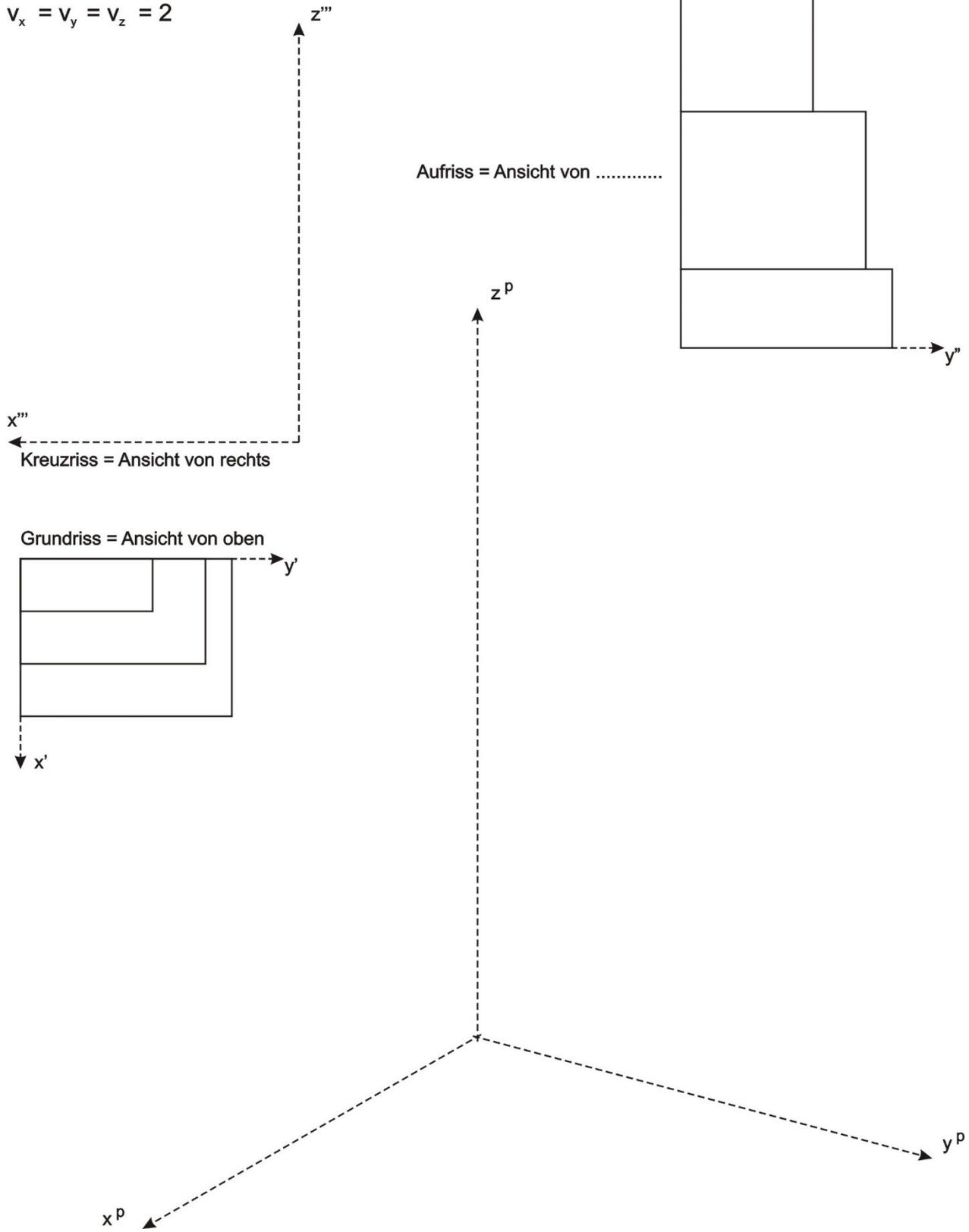
Würfel:  $a = 6 \text{ cm}$ , Axonometrie:  $v_x =$     $v_y =$     $v_z =$     $\angle x^p z^p =$     $\angle y^p z^p =$



# Hochhausanlage

## Parallelriss (schiefe Axonometrie)

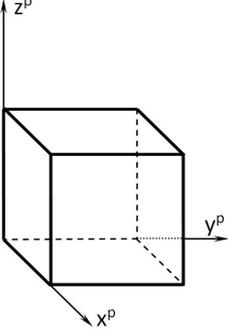
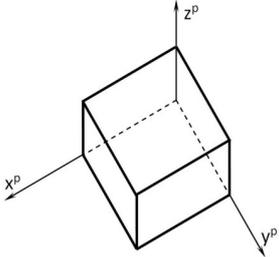
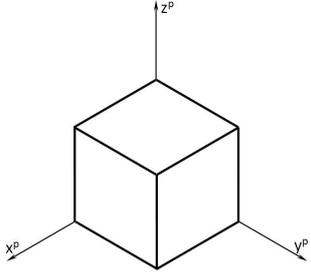
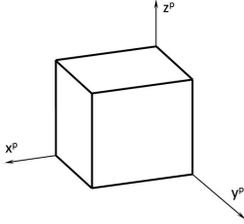
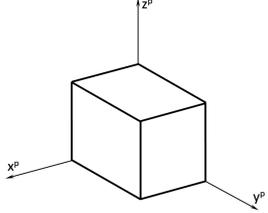
$$v_x = v_y = v_z = 2$$



## Axonometrie – Spezialfälle

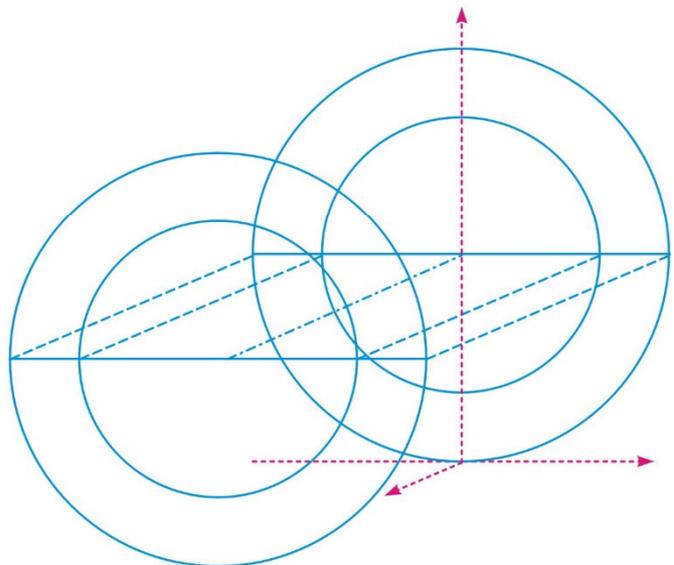
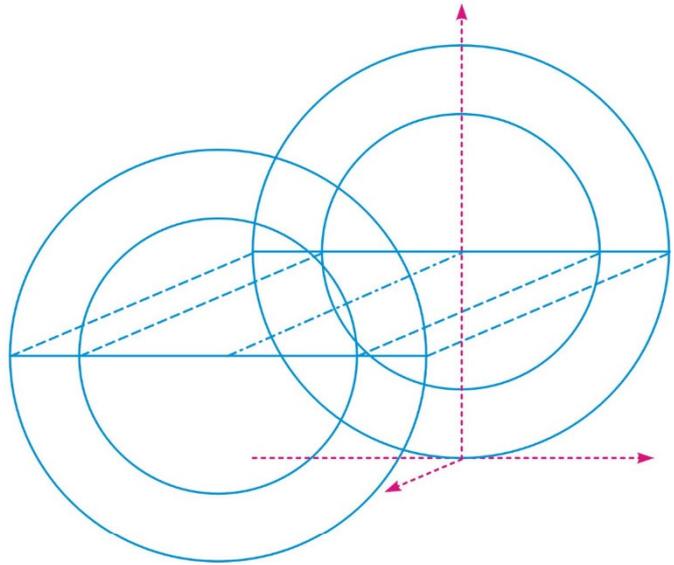
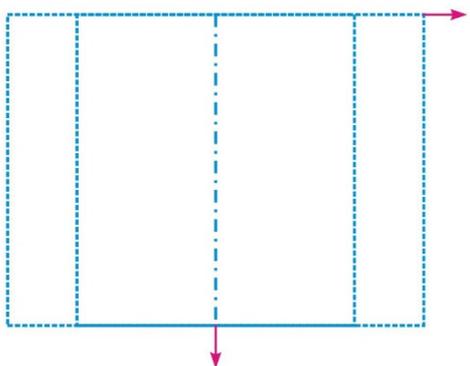
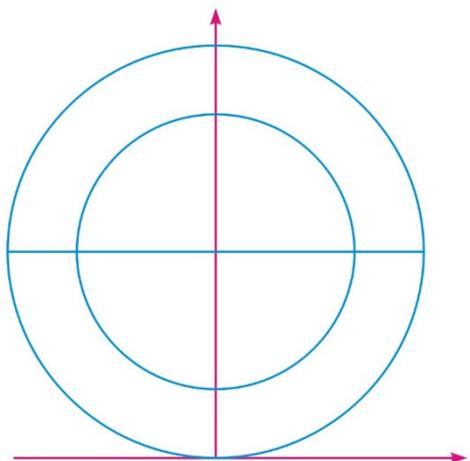
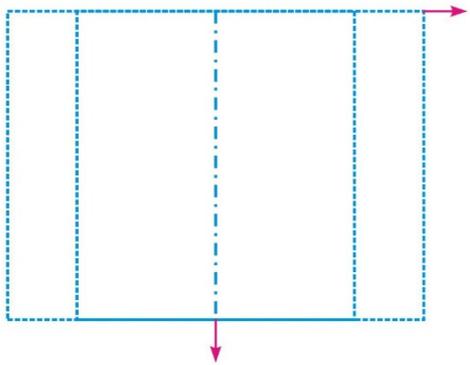
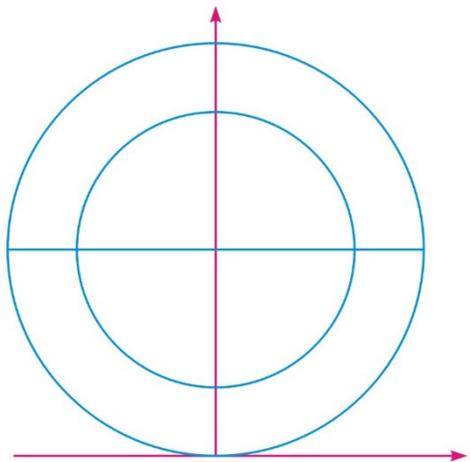
Vgl. ÖNORM 6061 und Nachfolgenormen (ÖNORM ISO 128-30: 2009 01 01)

>> <https://www.austrian-standards.at> (2016-09-21)

	<p><b>Frontalriss</b> <i>früher: Kavalierriß</i></p> <p><math>V_x = (0,5)</math> <math>V_y = 1</math> <math>V_z = 1</math></p> <p><math>\angle x^p z^p = (135^\circ)</math> <math>\angle y^p z^p = 90^\circ</math> <math>\angle y^p x^p = (45^\circ, 135^\circ)</math></p>	
	<p><b>Horizontalriss</b> <i>früher: Militärriß</i></p> <p><math>V_x = 1</math> <math>V_y = 1</math> <math>V_z = (0,5)</math></p> <p><math>\angle x^p y^p = 90^\circ</math> <math>\angle x^p z^p = (120^\circ)</math> <math>\angle y^p z^p = (150^\circ)</math></p>	
	<p><b>Isometrie</b></p> <p><math>V_x = 1 (0,816)</math> <math>V_y = 1 (0,816)</math> <math>V_z = 1 (0,816)</math></p> <p><math>\angle y^p z^p = 120^\circ</math> <math>\angle x^p z^p = 120^\circ</math></p>	
	<p><b>Dimetrie</b></p> <p><math>V_x = 1</math> <math>V_y = 0,5</math> <math>V_z = 1</math></p> <p><math>\angle x^p z^p = 97^\circ</math> <math>\angle y^p z^p = 131,5^\circ</math></p>	
	<p><b>Trimetrie</b></p> <p><math>V_x = 0,65</math> <math>V_y = 0,86</math> <math>V_z = 0,92</math></p> <p><math>\angle x^p z^p = 105^\circ</math> <math>\angle y^p z^p = 120^\circ</math></p>	

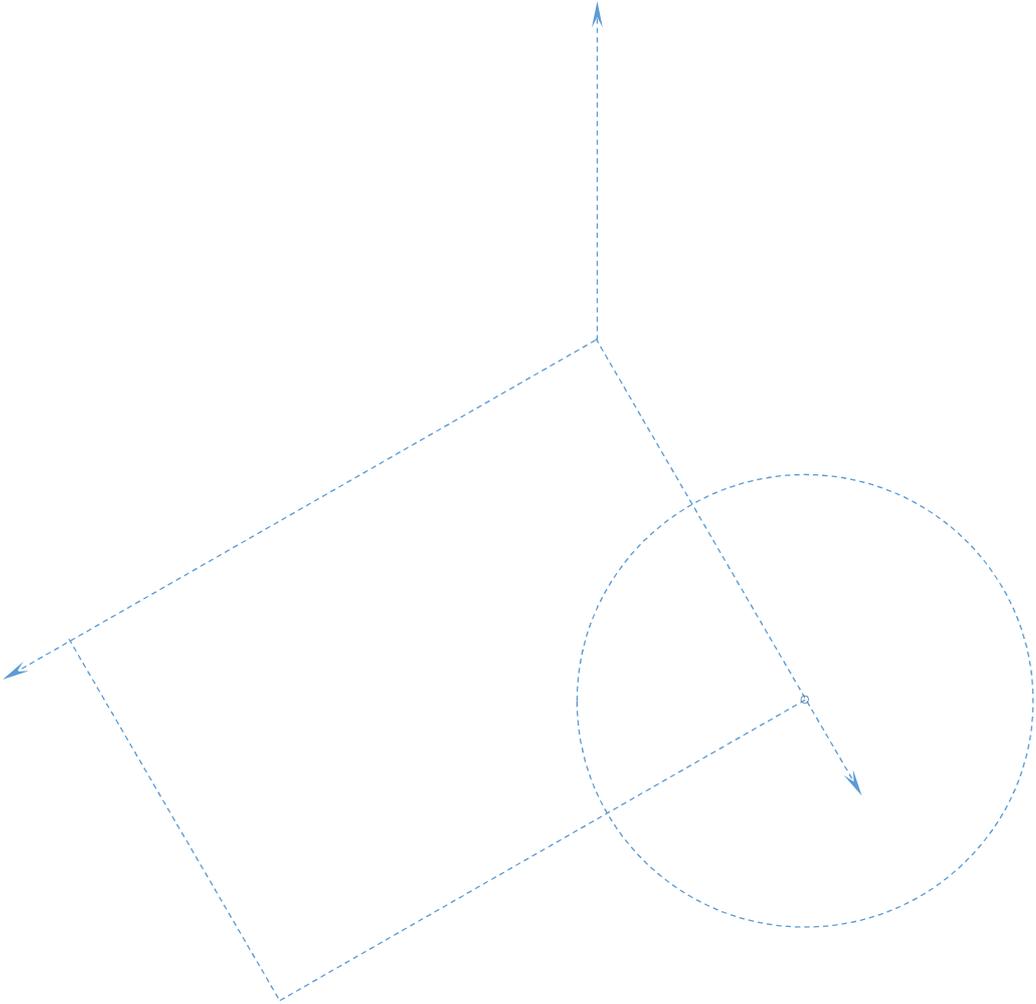
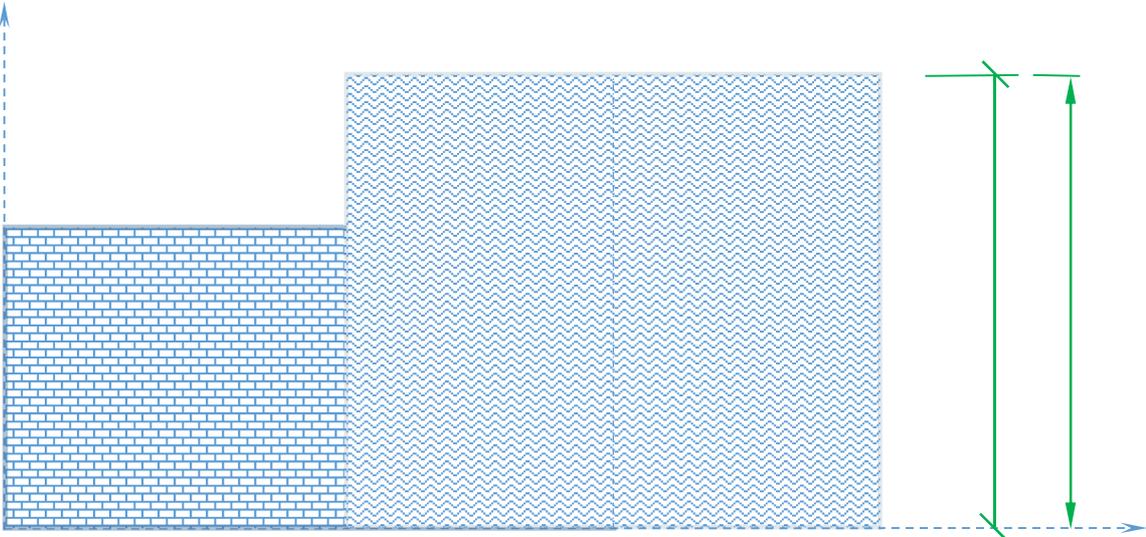
# Frontalriss

Zylindrisches Rohr, Voll- und Halbschnitt



FR\_Zylrohr1-Voll-Halbschnitt.cdr

**Horizontalriss**



# CAD-Ausblick

CAD/CAGD ...Computer Aided (Geometric) Design

## Software für Einsteiger/Einsteigerinnen:

Zum Erlernen vgl. Lernplattform: <http://geometrie.tsn.at/>

**GAM** (Generieren-Abilden-Modellieren), vgl. [www.gam3d.at](http://www.gam3d.at)

Beachten Sie bitte die Downloadinfos unter

[http://www.gam3d.at/seiten/download\\_gam.html](http://www.gam3d.at/seiten/download_gam.html)

Das Programm kann abhängig vom Bundesland des Schulstandortes durch die Bundeslandlizenz frei bezogen werden.

## Sketchup Make

Das Programm kann frei heruntergeladen und verwendet werden.

<http://www.sketchup.com/de/download/all#de>

Achten Sie bitte darauf, dass Sie das freie SketchUp Make (in der gewünschten Sprache) und nicht das kostenpflichtige SketchUp Pro herunterladen.

Beim Start: Vorlage auswählen (Ingenieurwesen – Meter), dann auf „Sketchup verwenden“ klicken.

Für den Unterricht erscheinen folgende Voreinstellungen empfehlenswert:

1. Kamera – Parallele Projektion
2. Die x-Achse (= rote Achse) in die für die SchülerInnen gewohnte Lage bringen: Dies kann mit der Rotierfunktion geschehen: Rote Achse am unteren Ende anklicken und mit gedrückter Maustaste etwa zur linken Bildschirmecke ziehen.  
Ev. Person anklicken und entfernen (ENTF).

## Cad-3D

<http://www.geometrie.tuwien.ac.at/software/cad3d/>, leider etwas in die Jahre gekommene didaktische Software der TU-Wien, frei (ohne Perspektive)

## Was ist „Modellieren“?

Fertige Grundobjekte (in der Regel **Volumensmodelle**) werden skaliert, transformiert und mit anderen Grundobjekten über die *Booleschen Operationen* verbunden. Auf diese Art und Weise können höchst komplexe Gebilde entstehen.

### Voraussetzungen für den CAD-Einsatz im Unterricht:

- Kenntnis der wichtigsten *Raumtransformationen*:  
Schiebung, Drehung, (Spiegelung, Schraubung)
- Kenntnis *BOOLEscher Operationen*: Durchschnitt, Vereinigung, Differenz  
George BOOLE (1815 – 1864)

Was hier nicht vorkommt:

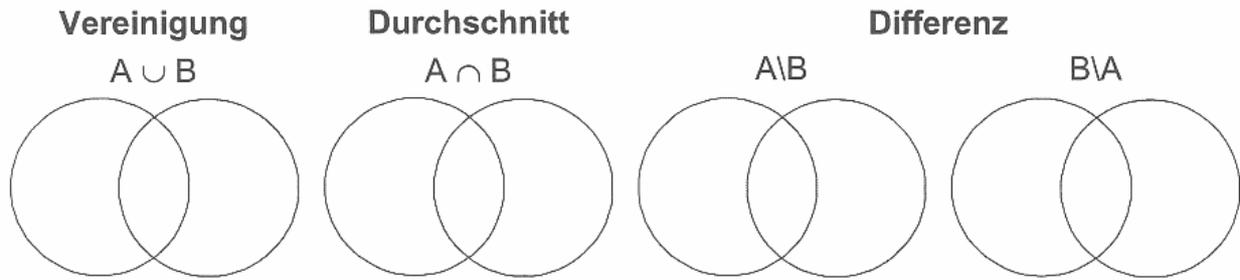
#### **Speicherung und Beschreibung dreidimensionaler Objekte**

- *Kantenmodell (Drahtgittermodell, Wireframe)*
- *Flächenmodell*
- *Volumensmodell, etwa CSG-Baum (Constructive Solid Geometry)*

**Gelingensbedingungen** des Einsatzes digitaler Medien können sinngemäß übernommen werden nach

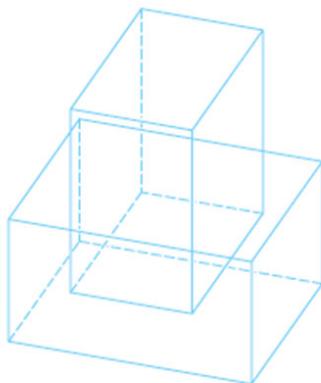
[9] Barzel, B.: Computeralgebra im Mathematikunterricht Ein Mehrwert – aber wann?, Münster 2012, p66

## BOOLEsche Operationen

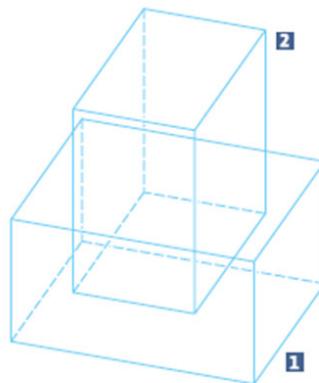


**A 23 S** Ein senkrechter Pfosten wird in einen Holzblock eingelassen. Die vorderen bzw. die hinteren Flächen der beiden Quader liegen jeweils in einer Ebene. Skizziere die Ergebnisse von Vereinigung, Differenz und Durchschnitt.

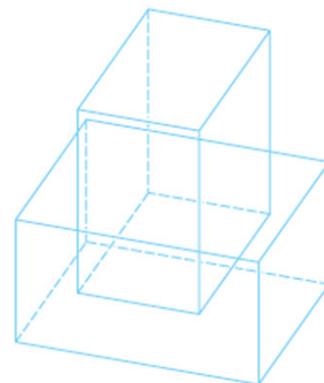
Vereinigung:



Differenz:  $1 \setminus 2$

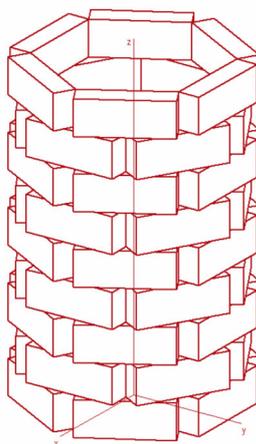


Durchschnitt:



Aus [2, S. 11]

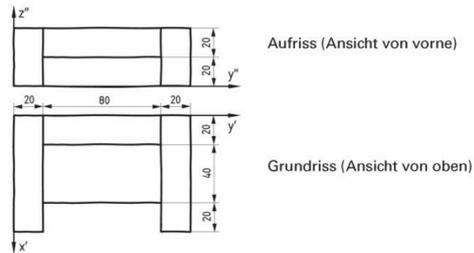
## Raumtransformationen



## Praktisches Arbeiten mit GAM

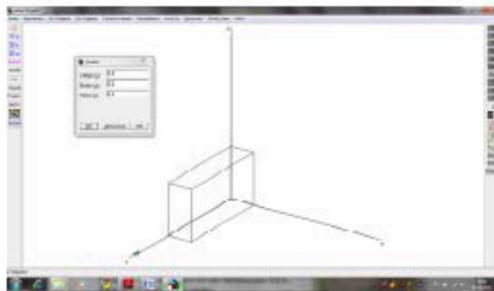
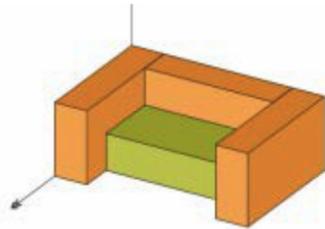


„Sofa“ aus [1, S. 19]



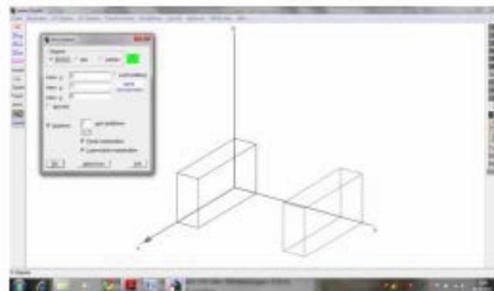
Das in Ü31 angegebene Modell eines Sofas soll modelliert werden.

Hinweis: Die angegebenen Konstruktionsschritte stellen jeweils nur eine von meist mehreren Möglichkeiten dar!

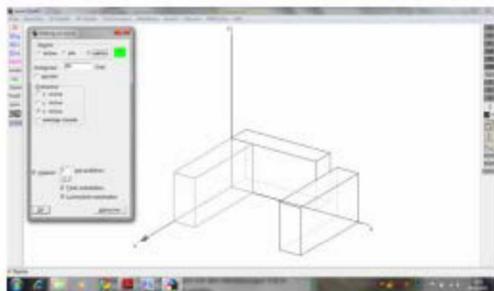


Blende das Koordinatensystem ein:  
3D-Objekte – Koordinatenachsen – optimale Größe anhängen

Erzeuge den ersten Quader (Armlehne):  
3D-Objekte – Quader – Maße eingeben (80 | 20 | 40)

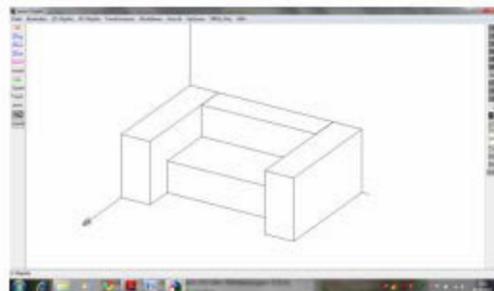


Erzeuge einen weiteren Quader (2. Armlehne):  
Transformieren – Verschieben – Objekt – letztes – Position des neuen Quaders mittels Koordinaten angeben (0 | 100 | 0) – „Kopieren“ anhängen



Erzeuge einen dritten Quader (Rückenlehne):  
Transformieren – Drehen – Objekte – wählen – Drehwinkel 90° – Drehachse z-Achse – „Kopieren“ anhängen

Bringe den dritten Quader in die richtige Lage:  
Transformieren – Schieben (20 | 20 | 0) – „Kopieren“ nicht anhängen



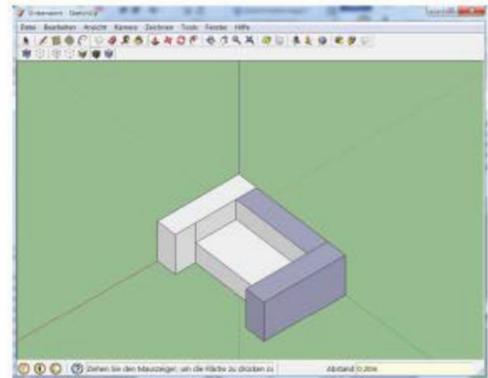
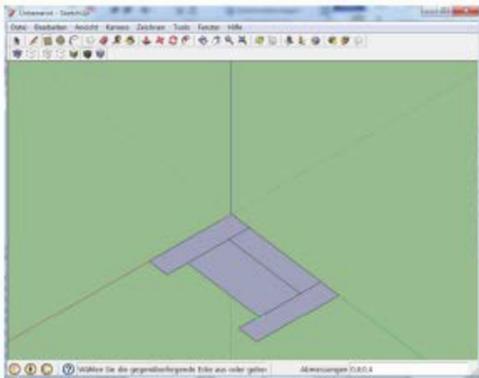
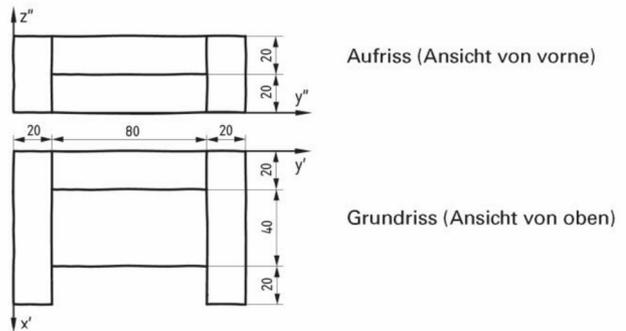
Erzeuge einen vierten Quader (Sitzfläche):  
3D-Objekte – Quader – Maße eingeben (40 | 80 | 20)

Bringe den vierten Quader in die richtige Lage:  
Transformieren – Schieben (20 | 20 | 0) – „Kopieren“ nicht anhängen

Stelle die Sichtbarkeit (rechte Leiste) auf „Vollmodell“

## Praktisches Arbeiten mit Sketchup Make

„Sofa“ aus [1, S. 19]

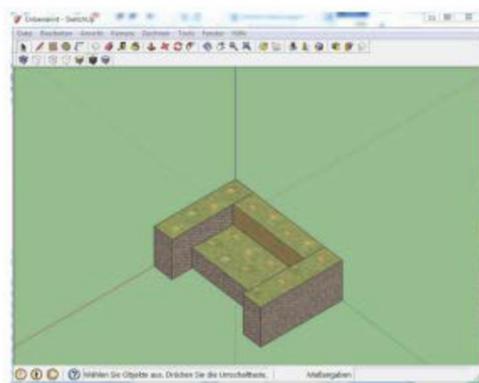
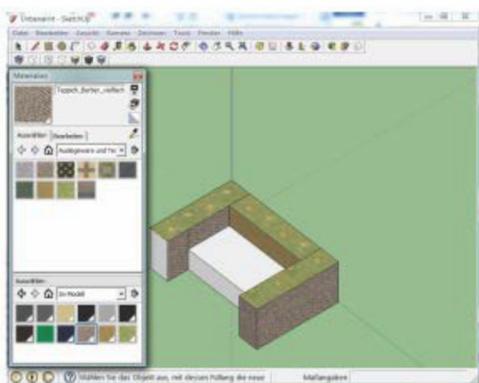


Erzeuge den Grundriß des Sofas:

- Rechteck (Arملهne) aufziehen – eintippen: 0,8; 0,2
- Rechteck (Rückenlehne) – eintippen: 0,8; 0,2
- Rechteck (2. Arملهne) – eintippen: 0,8; 0,2
- Rechteck (Sitzfläche) – eintippen: 0,8;0,4

Baue die Quader über den Grundrißrechtecken auf:

- Für die Arملهnen und Rückenlehne: Schaltfläche „Drücken/Ziehen“ – Rechtecke anklicken – Höhe eintippen: 0,4
- Für die Sitzfläche: Schaltfläche „Drücken/Ziehen“ – Rechteck anklicken – Höhe eintippen: 0,2

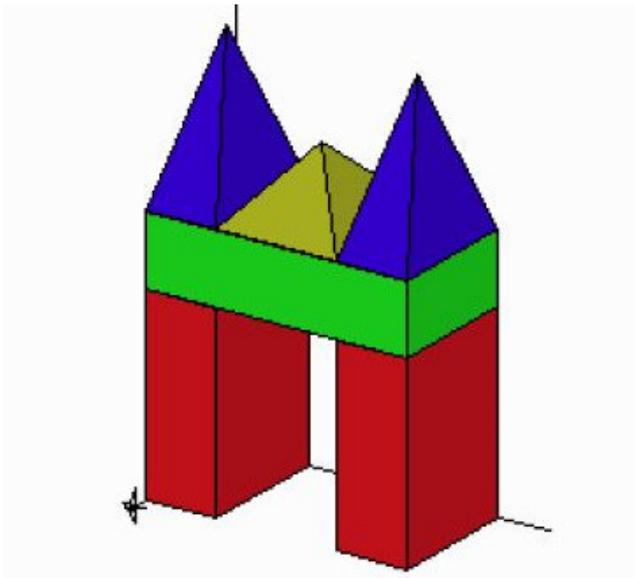


Gestalte das Möbel mit Oberflächentextur:  
Farbeimer – Auslegungware und Textil

Klicke mit dem Auswahlpfeil überflüssige Linien an und lösche sie mit der ENTF-Taste.

## Beispielanregungen

**Stadttor** (E. Podensdorfer, Graz >> [www.gam3d.at/](http://www.gam3d.at/))



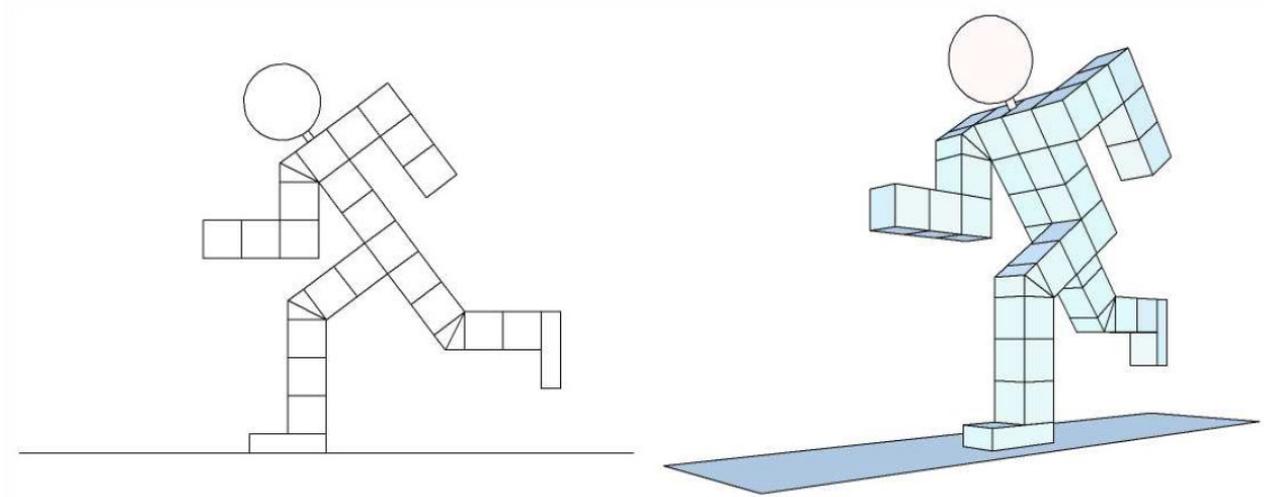
Das abgebildete STADTTOR soll generiert werden. Dazu braucht man drei Quader und drei rechteckige Pyramiden, die entsprechend positioniert werden müssen. Die beiden Säulen (56x30x80) sollen rot sein, der Querbalken (56x110x30) hellgrün, die seitlichen Pyramiden (56x30x65) hellblau und die mittlere (56x50x30) oliv.

Entnommen aus:

[10] Podensdorfer, E.: Handbuch GAM, Graz 2006. S. 18

Download: <http://www.gam3d.at/zip/Handbuch.zip>

**Bruck-Man** (A. Wiltsche, Graz)



[11] Gfrerrer, A.; Mick, S.; Wiltsche, A.: Darstellende Geometrie, Arbeitskriptum zur Ergänzungsprüfung, TU Graz, 4. Aufl. 2009, S. 54

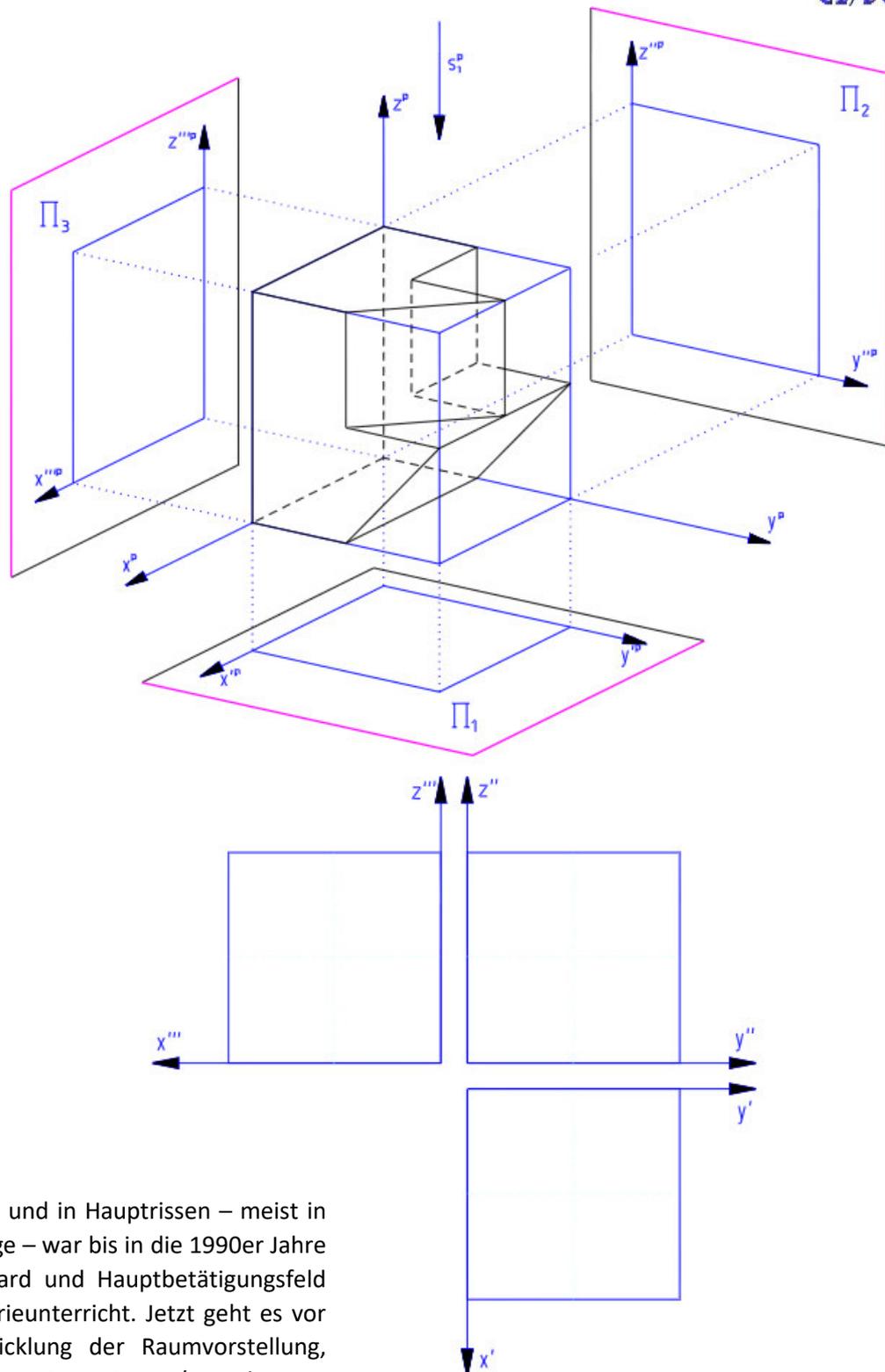
CAD stellt eine gut brauchbare Möglichkeit der Überleitung von den Parallelrissen zu den Hauptrissen bzw. zur Zentralprojektion dar.

GAM:

Sketchup Make:

# Zugeordnete Normalrisse

## Entstehung der Hauptrisse in zugeordneter Lage



Dar Arbeiten mit und in Hauptrissen – meist in zugeordneter Lage – war bis in die 1990er Jahre Unterrichtsstandard und Hauptbetätigungsfeld im Raumgeometrieunterricht. Jetzt geht es vor allem um Entwicklung der Raumvorstellung, allenfalls um das Interpretieren/Lesenkönnen von Hauptrissen, soweit dies in technischen Zeichnungen überhaupt noch notwendig ist. Mit Softwarehilfe lässt sich meist auf Knopfdruck eine anschauliche Ansicht digital verankerter Objekte erzeugen.

Aus: ADI-CD 1 [[>> www.geometry.at/adi/](http://www.geometry.at/adi/)]

## Lesen von Haupttrissen

Mit Maßen versehene Zeichnung des Fahrzeuges, allenfalls auch des Aufbaues (der Aufbauten).

(Reproduktion der dem Genehmigungsbescheid angehefteten Zeichnung)

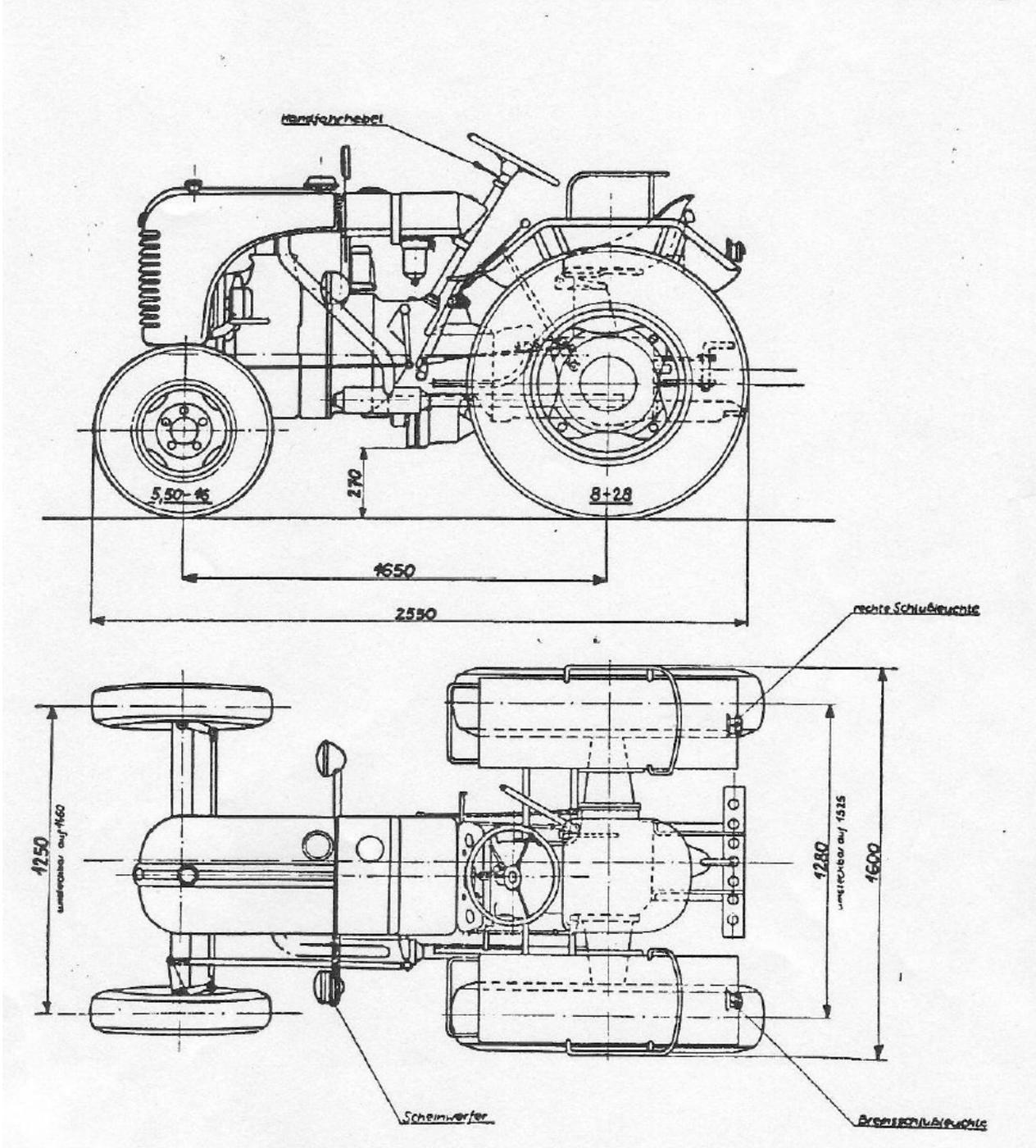
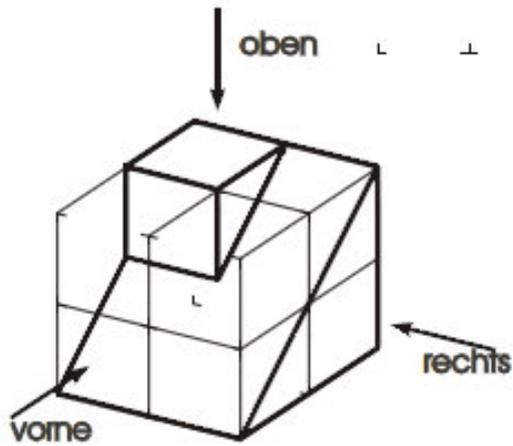


Abbildung aus dem Typenschein, Steyr Traktor Typ 84 aus den 1950er Jahren „15er Steyr-Traktor“

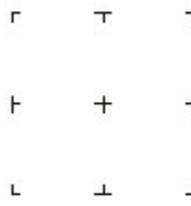
Welche Fragen könnten beantwortet werden?

# Risslesen - vom Parallelriss zu den Hauptdrissen

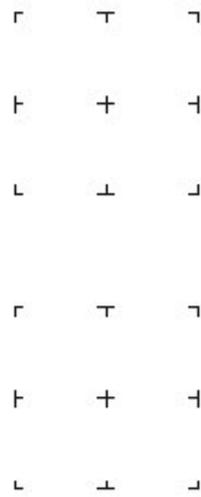
Beispiel A



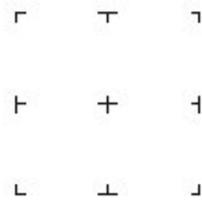
Kreuzriss v. rechts



Aufriss

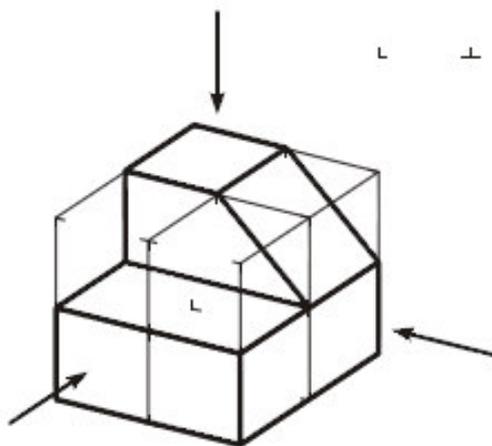


Kreuzriss v. links

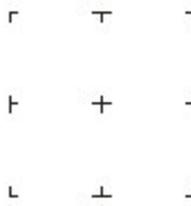


Grundriss

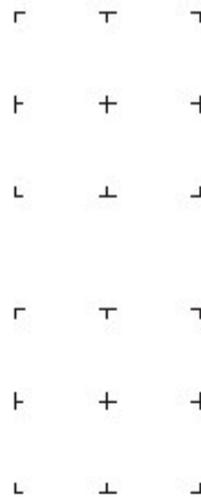
Beispiel B



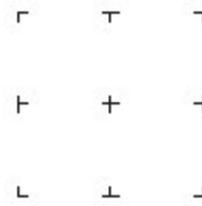
Kreuzriss v. rechts



Aufriss

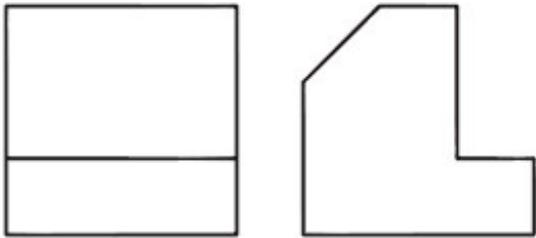
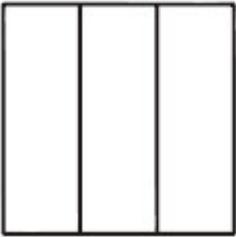
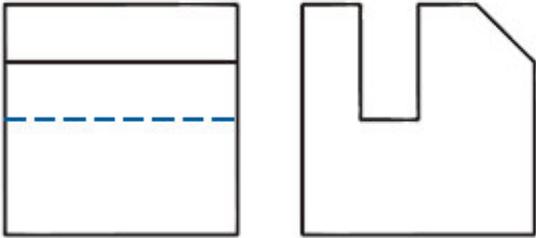
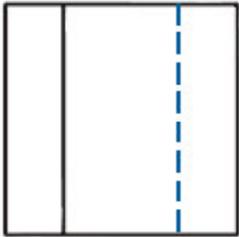
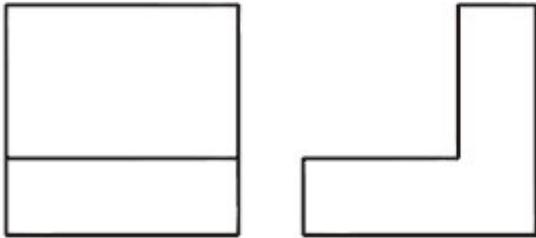
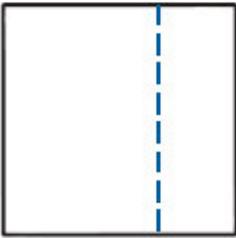
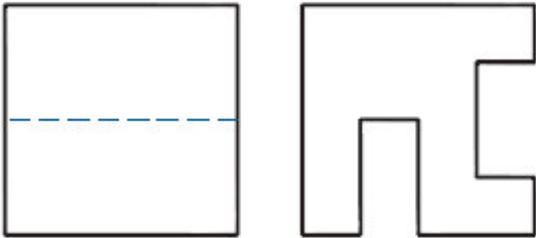
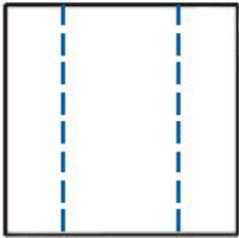
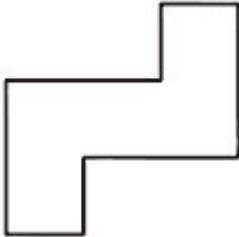
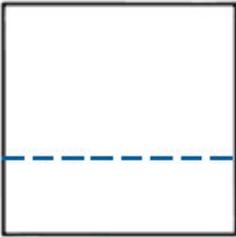
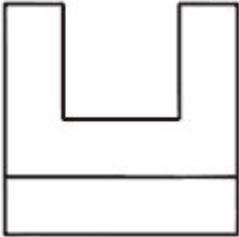
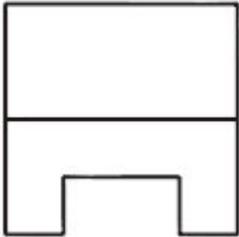
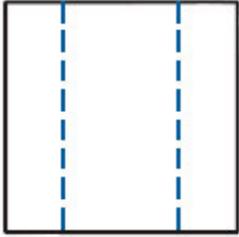


Kreuzriss v. links



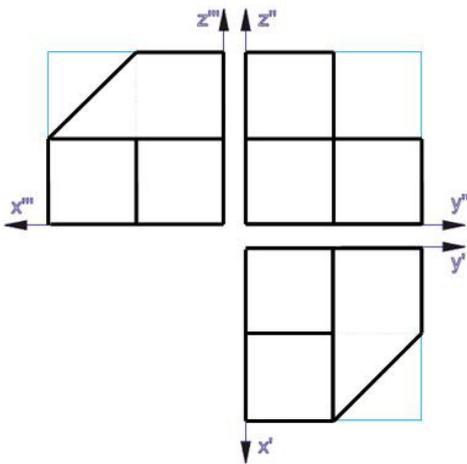
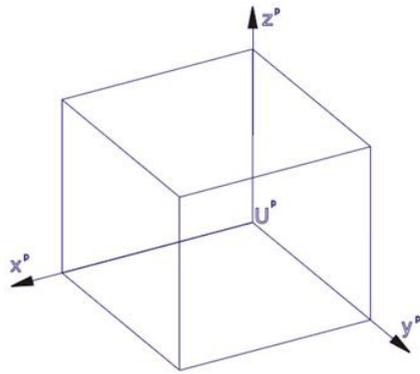
Grundriss

# Risslesen - Fehler finden

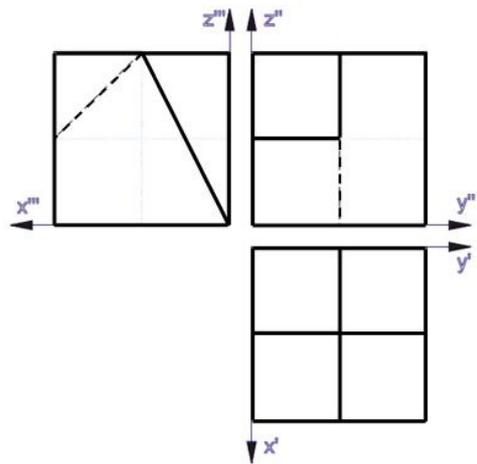
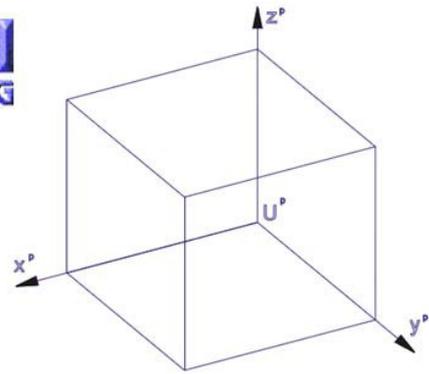
 <p>KR von rechts</p> <p>Anzahl der Fehler:</p>  	 <p>Anzahl der Fehler:</p>  
 <p>Anzahl der Fehler:</p>  	 <p>Anzahl der Fehler:</p>  
  <p>Anzahl der Fehler:</p>  	  <p>Anzahl der Fehler:</p>  

# Risslesen - von den Haupttrissen zum Parallelriss

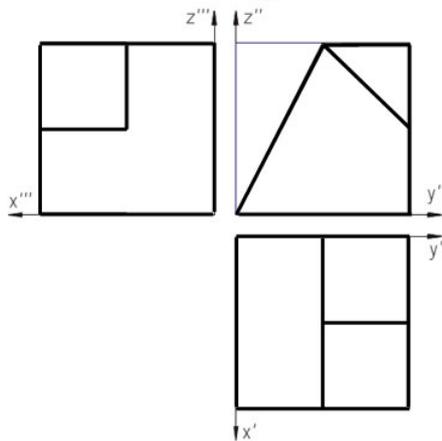
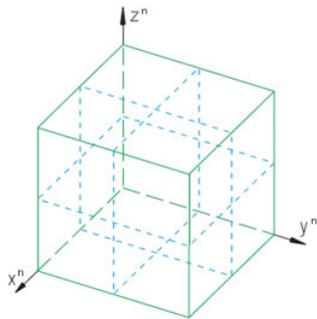
**L:**



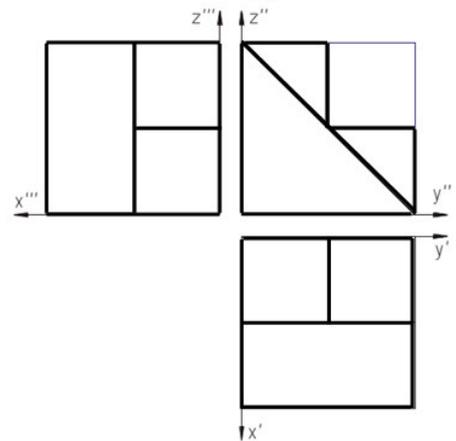
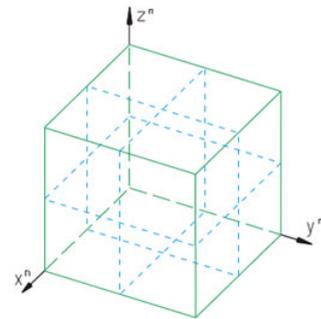
**M:**



**N:**



**O:**

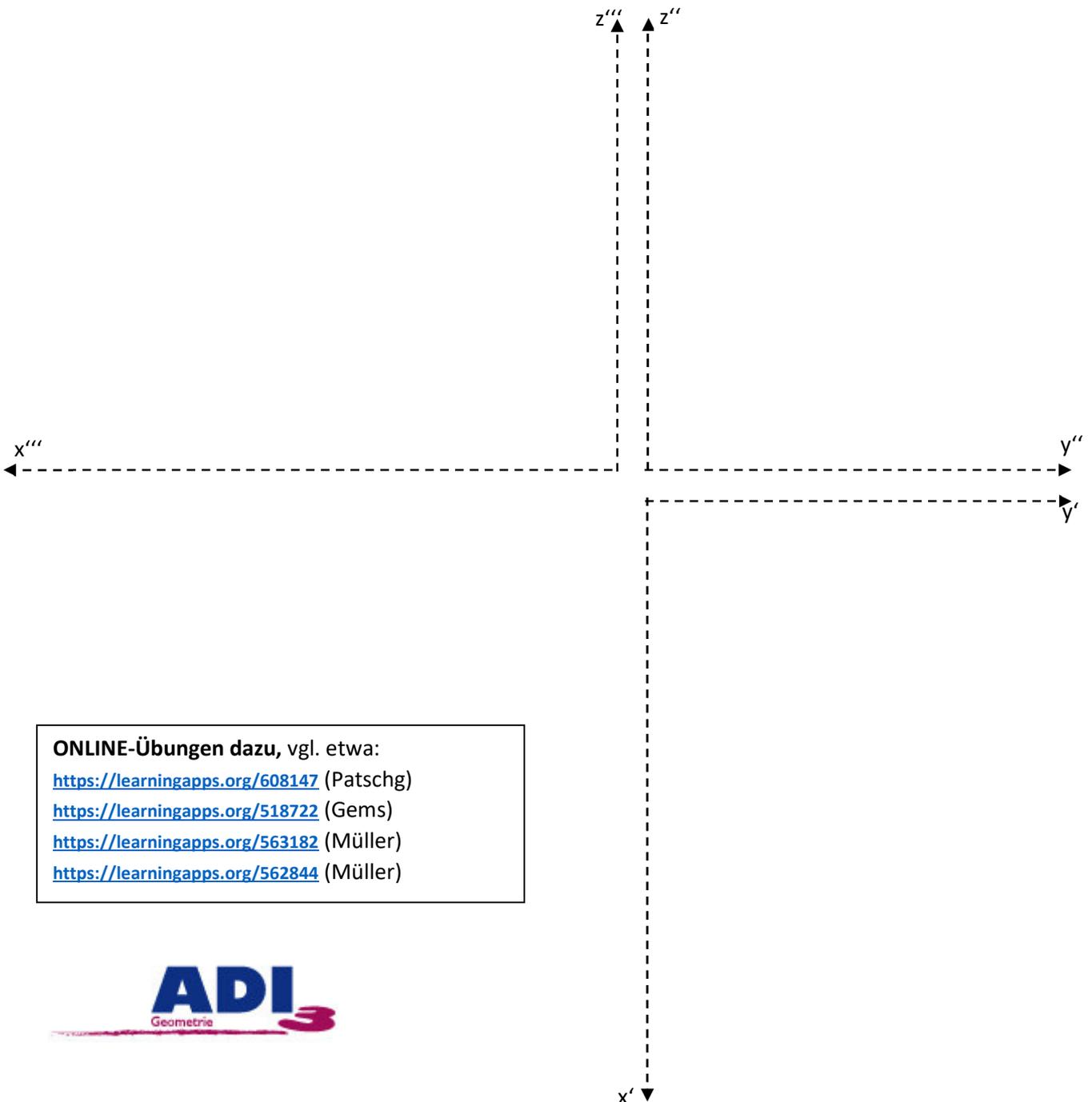
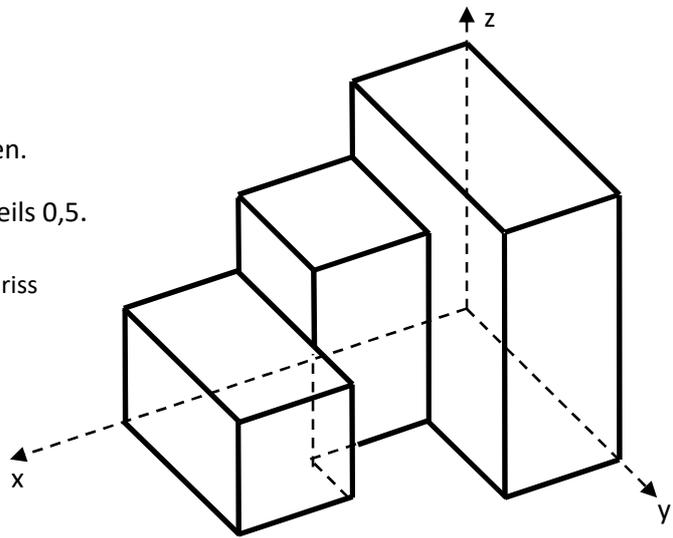


## Zeichnen von Haupttrissen

Zeichne die Wohnanlage in den drei Haupttrissen.

Die Verzerrungen im Parallelriss betragen jeweils 0,5.

Hinweis: Die Längen können direkt aus dem Parallelriss übernommen und im Grund- und Auf- und Kreuzriss doppelt so lang eingetragen werden.



ONLINE-Übungen dazu, vgl. etwa:

<https://learningapps.org/608147> (Patschg)

<https://learningapps.org/518722> (Gems)

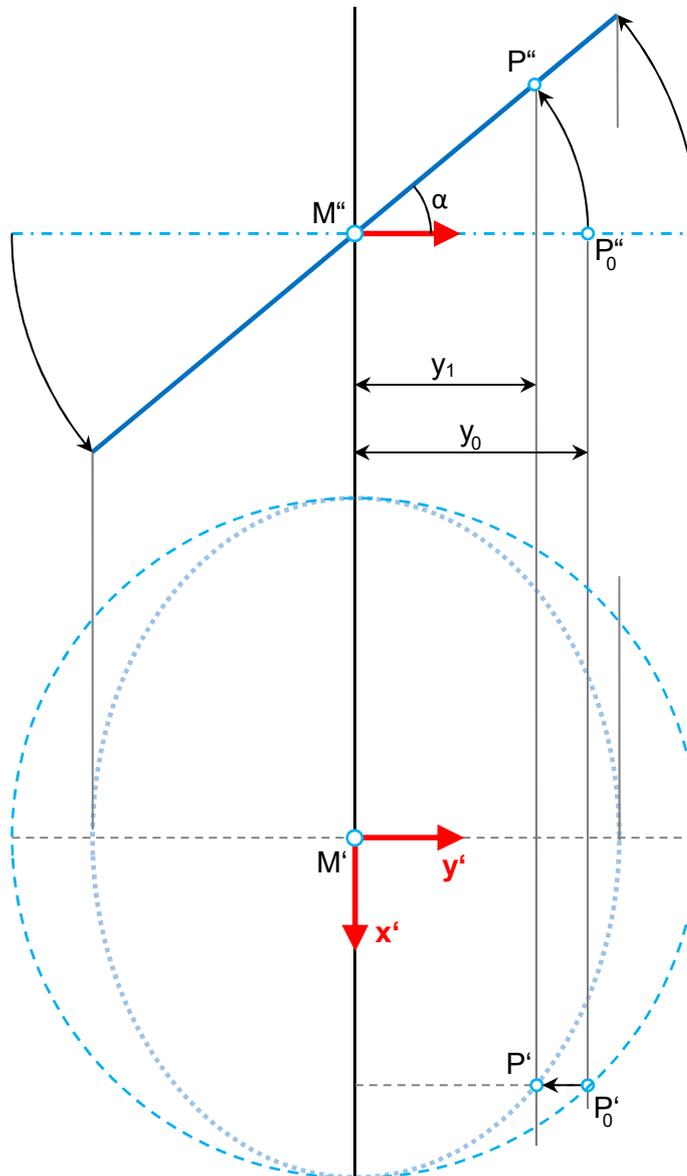
<https://learningapps.org/563182> (Müller)

<https://learningapps.org/562844> (Müller)



## Kreisdarstellung im Normalriss

Es sei  $P'_0(x_0/y_0)$  und es gilt:  $\cos \alpha = \frac{y_1}{y_0}$  und  $x_0^2 + y_0^2 = r^2$ .



# Zentralprojektion/Perspektive

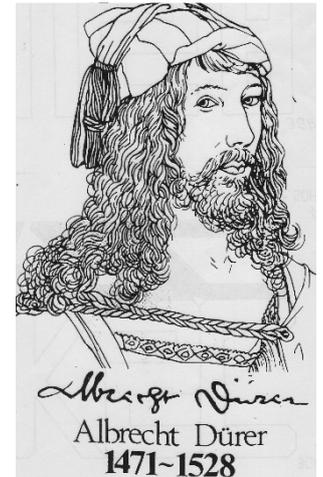
## Geschichte und Modelle / Dreidimensionales Sehen

**Zeichentechnik:** Freihand und Lineal, CAD

Die Zentralprojektion oder Perspektive ist ein Abbildungsverfahren, welches Bilder liefert, die dem menschlichen Sehen (mit einem Auge) nachempfunden sind.

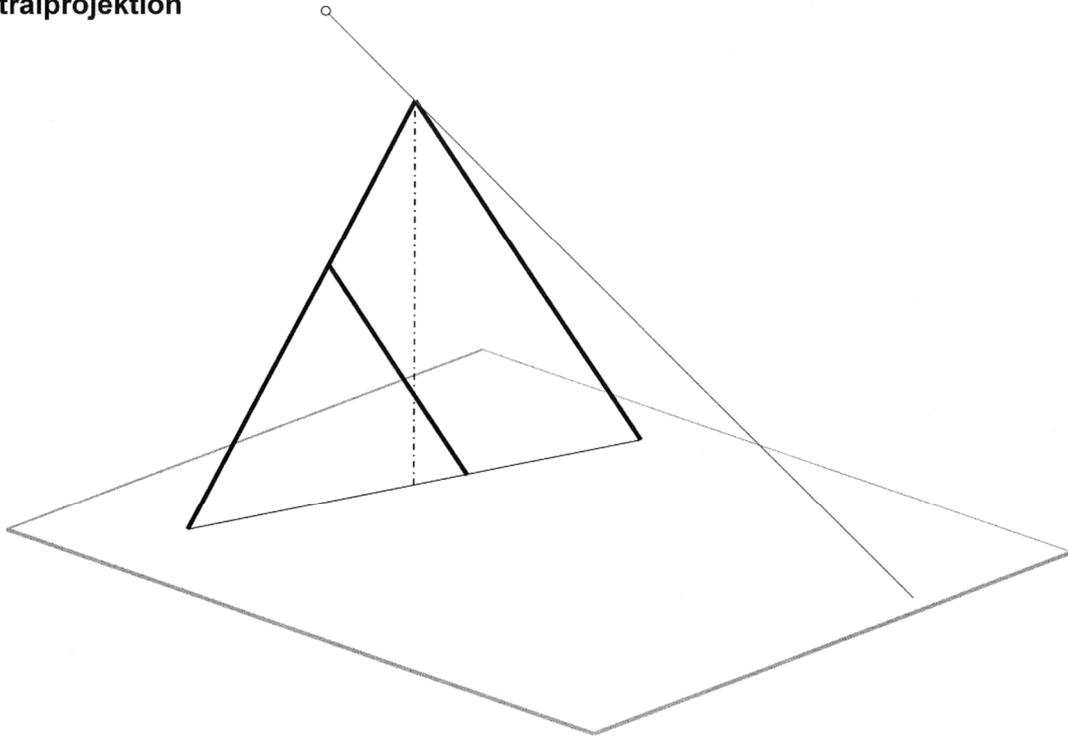
### Übersicht

1. Eigenschaften (nicht parallelentreu, nicht teilverhältnistreu)
2. Abbildungsprinzip  
"Fluchtpunkt", "Hauptpunkt", "Distanz", "Hauptsehstrahl"
3. Durchschnittsverfahren, Ergänzung perspektiver Darstellungen
4. Historische Hinweise (Albrecht DÜRER, 1471 - 1528)
5. Anwendungen: Straßenverkehrszeichen, Anaglyphen



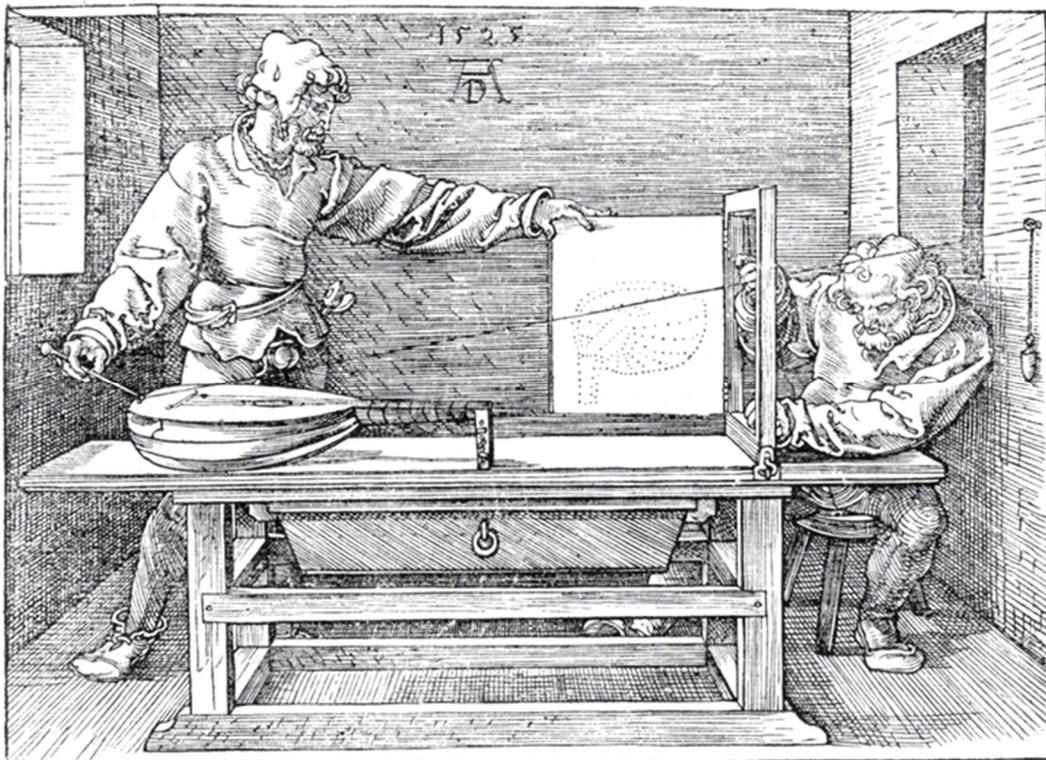
## Perspektive: Das Prinzip, die Stiche DÜRERS

### Zentralprojektion



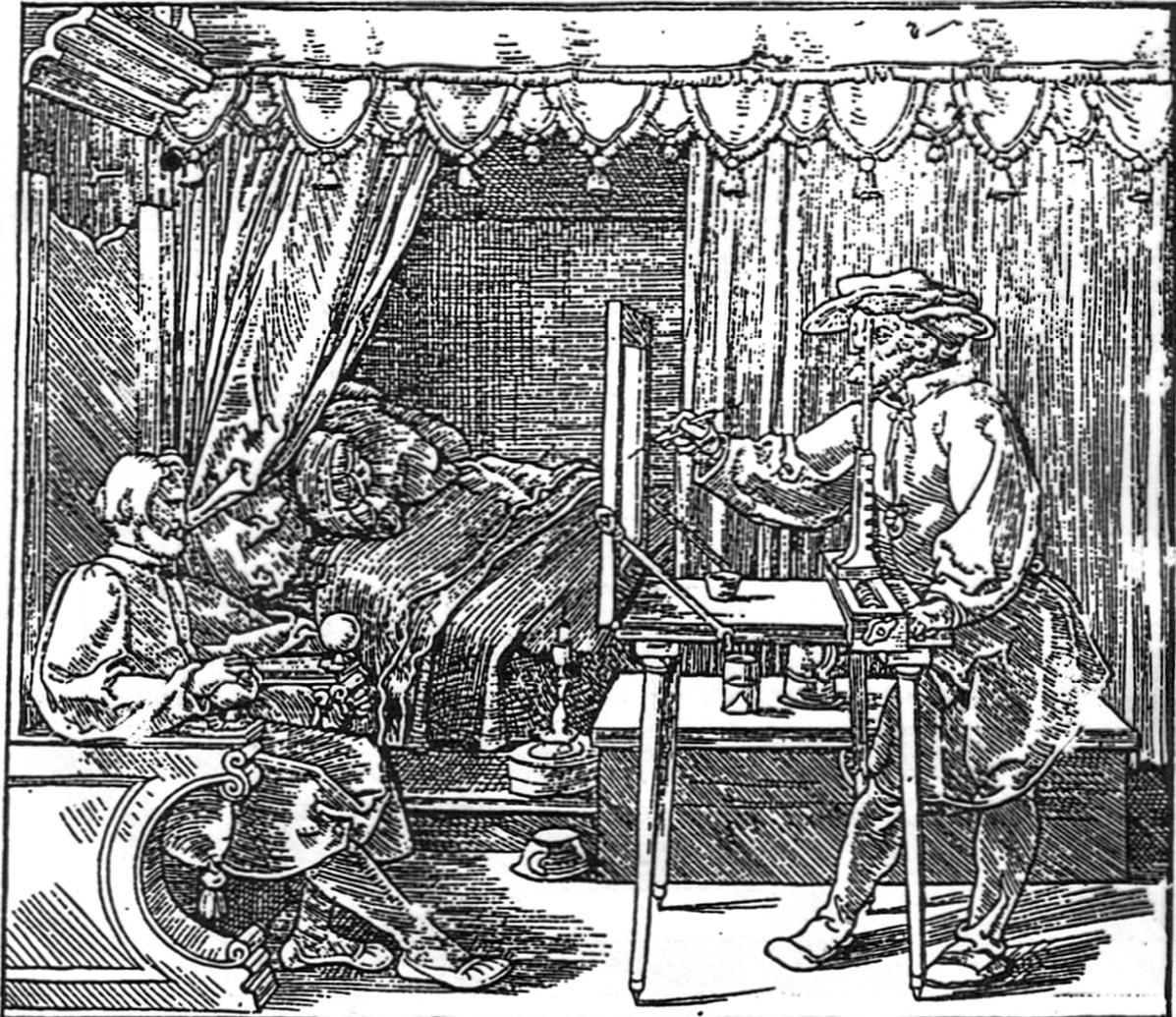
Die folgenden Stiche stammen aus

[12] Dürer, A.: Unterweisung der Messung mit dem Zirkel und Richtscheit. 1525



## Perspektive: Das Prinzip / DÜRER

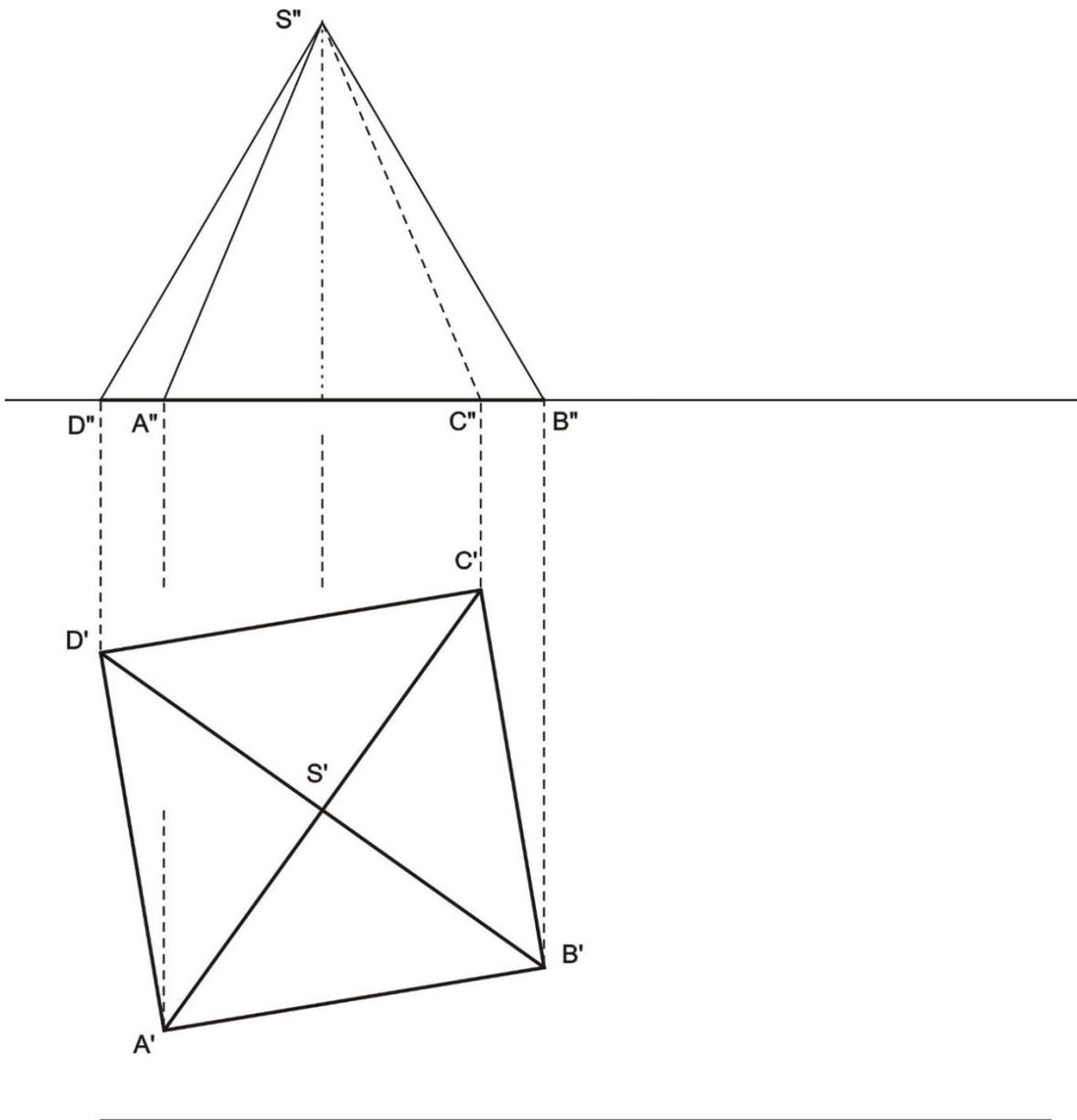
Augpunkt fixieren (Lochblende): Zeichner des sitzenden Mannes



Rastermethode: Das liegende Weib



# Perspektive: Bild einer Pyramide



pyramide\_perspektive.cdr/GZ1



# Konstruktionen

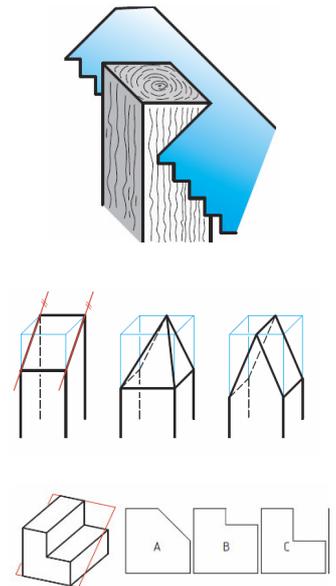
Neben den Abbildungsmethoden – in ersten Linie dem Prinzip der Projektion – haben sich im elementaren Raumgeometrieunterricht eine Reihe von Konstruktionen etabliert, die im Unterrichtsgeschehen auch die Raumvorstellung weiter entwickeln sollen.

## Lagenaufgaben:

Hier geht es um die gegenseitige Lage zweier Objekte. Waren es früher hauptsächlich ebene Schnitte von Prismen und Pyramiden in zugeordneten Normalrissen, so haben sich nun Konstruktionen im Parallelriss durchgesetzt:

- Würfelsägeschnitte  
Würfelschnitte und die Erzeugung regulärer und halbregulärer Körper

Die Bestimmung von Durchstoßpunkten von Geraden in Ebenen und der Schnitt zweier Ebenen ist meist der Oberstufe (Darstellende Geometrie) vorbehalten.



Aus [1], p42f

## Maßaufgaben

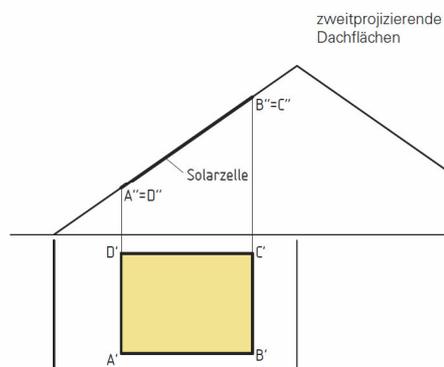
Im Mittelpunkt steht das Bestimmen von Größen, meist im Grund-und Aufrissverfahren:

- Wahre Länge von Strecken
- Wahre Größe ebener Figuren/Schnittfiguren
- Ermittlung von Normalen auf Ebenen (90°-Winkel-Bestimmung)

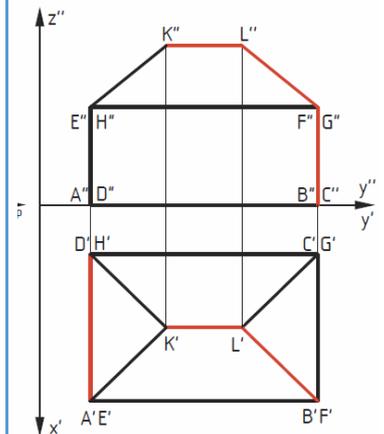
**Hinweis**

In manchen CAD-Programmen kann man **benutzerdefinierte Koordinatensysteme** einführen, um wahre Größen zu konstruieren.

**U94** Ermittle die wahre Gestalt der in der Dachebene liegenden Solarzelle.



Aus [1], p47



Aus [1], p45

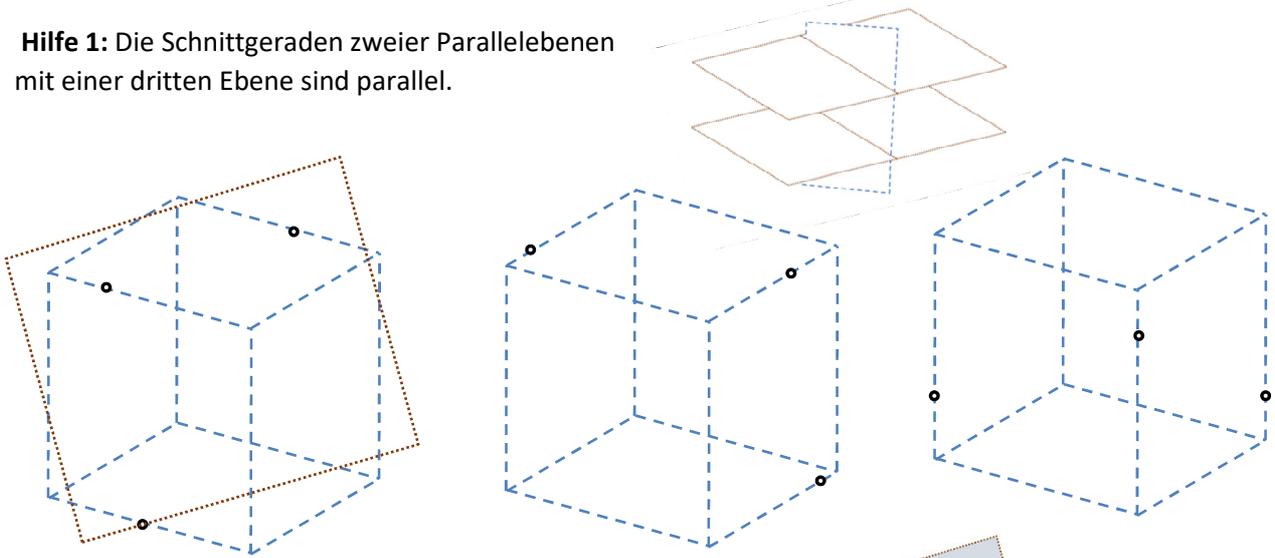
Aus [1], p45

## Lagenaufgaben

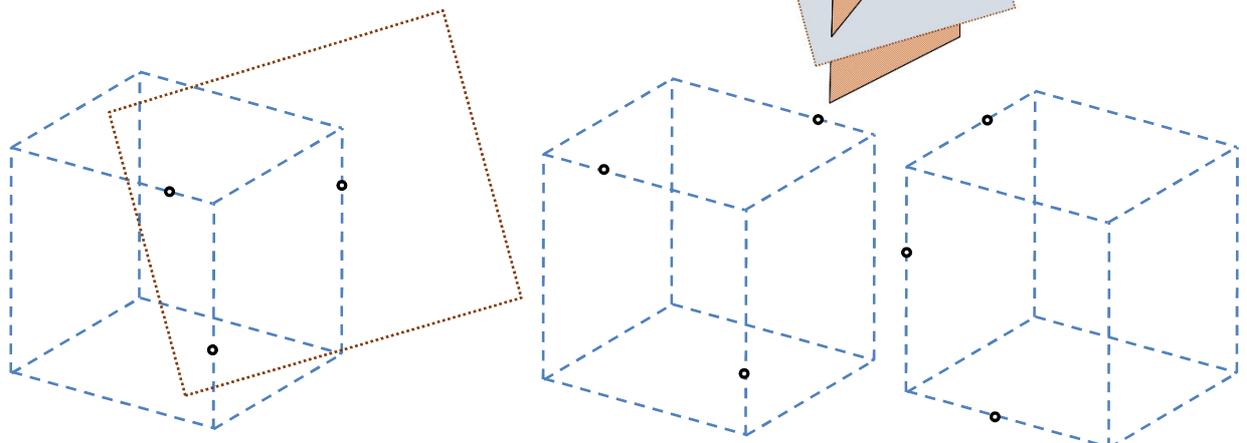
### Würfelsägeschnitte 1

Durch drei Punkte ist eine Ebene bestimmt. In folgenden Beispielen werden diese Punkte immer auf Würfelkanten angegeben. Es ist jeweils der vollständige Schnitt mit dem Würfel zu konstruieren.

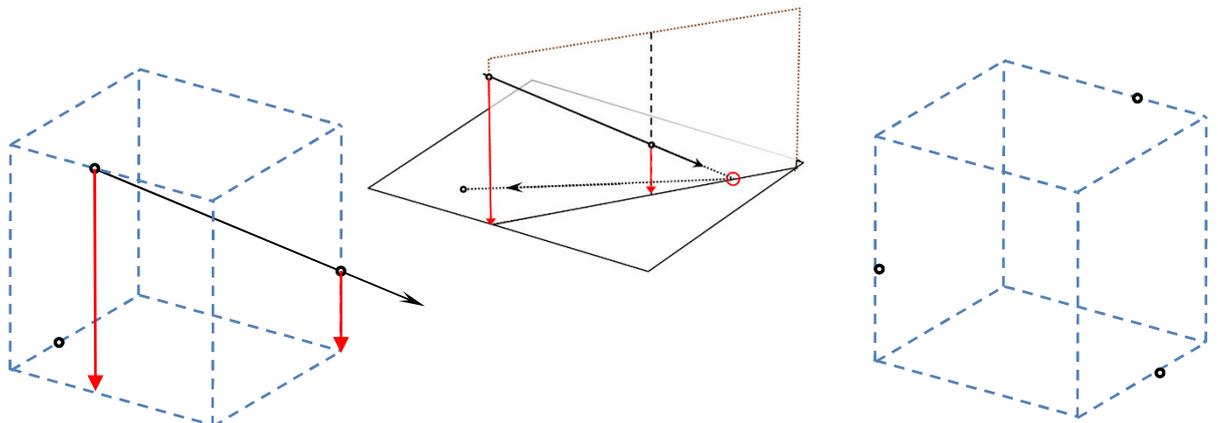
**Hilfe 1:** Die Schnittgeraden zweier Parallelebenen mit einer dritten Ebene sind parallel.



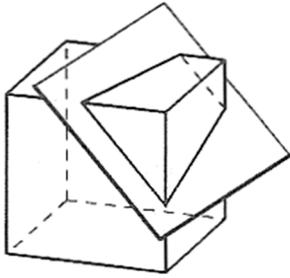
**Hilfe 2:** Die Schnittgeraden dreier Ebenen allgemeiner Lage schneiden einander in einem Punkt.



**Hilfe 3:** Schnittpunkt einer Verbindungsgeraden zweier gegebener Punkte mit einer Würfelebene ermitteln („Spurpunktmethode“, Hilfsebene parallel zu Würfelkanten).



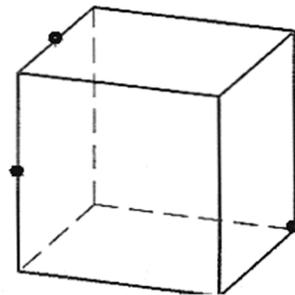
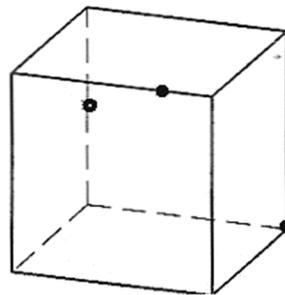
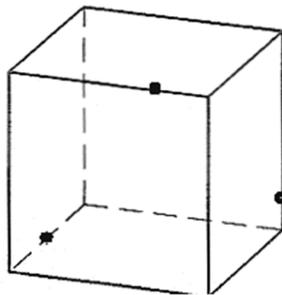
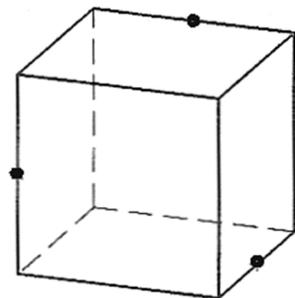
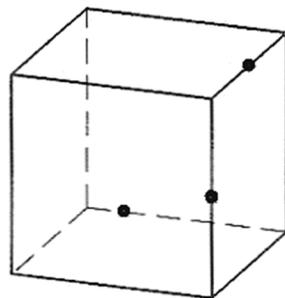
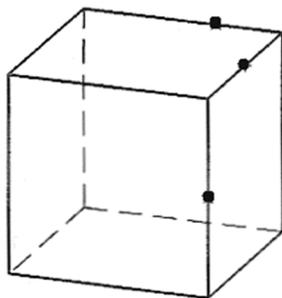
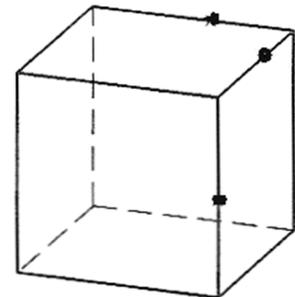
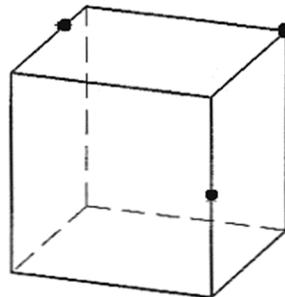
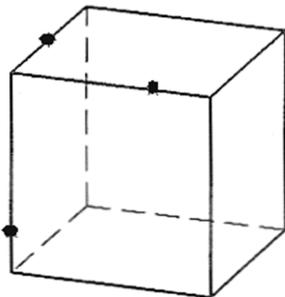
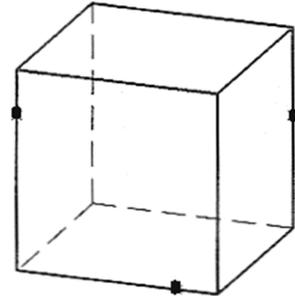
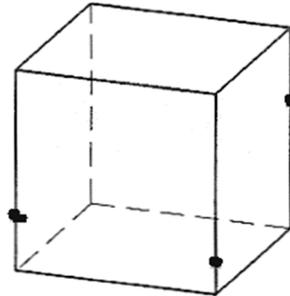
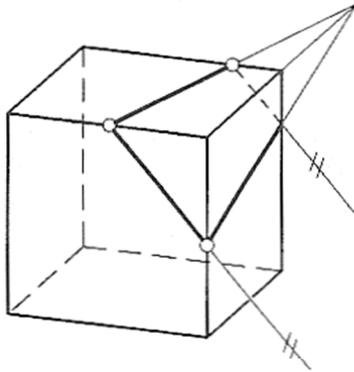
## Würfelsägeschnitte 2



### TEST für RAUMVORSTELLUNG: Sägeschnitte an Würfeln

Die Schnittebene ist durch drei Punkte, die auf den Seitenkanten des Würfels markiert sind, festgelegt. Es sind alle auftretenden Schnittlinien mit den Seiten-

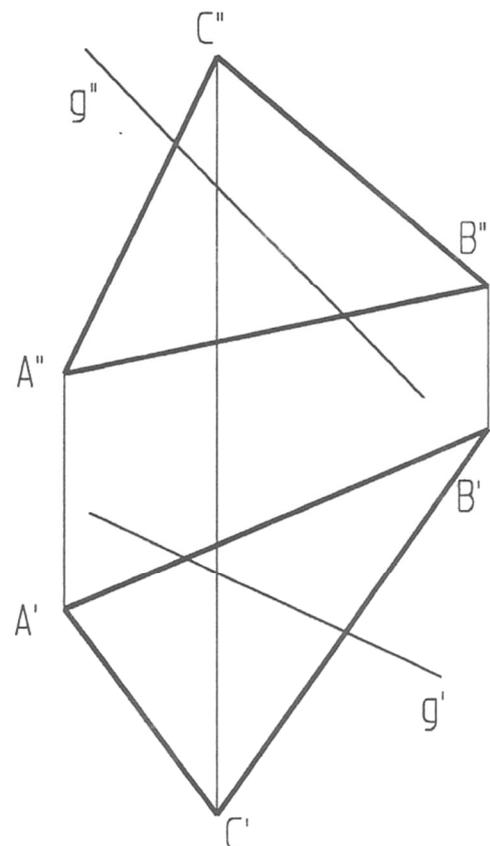
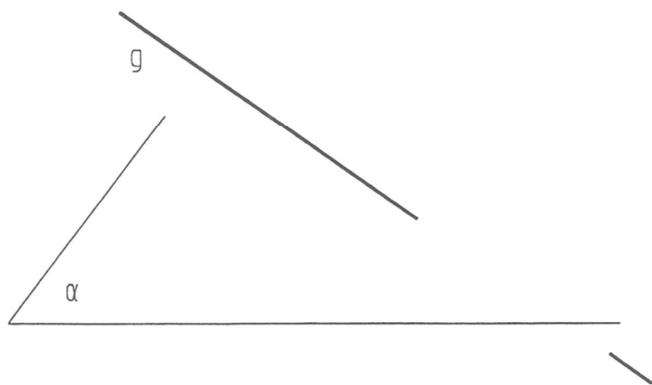
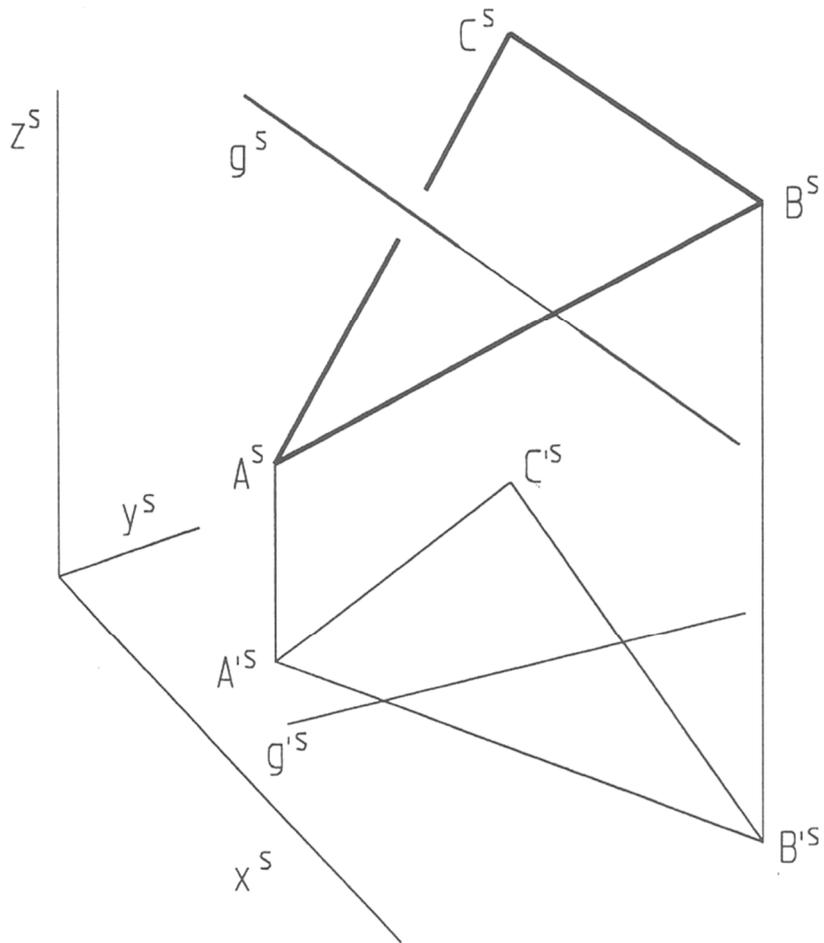
flächen des Würfels zu ermitteln. Die Lösung ist jeweils im vorgegebenen Parallelriß anzugeben! GUTES GELINGEN!



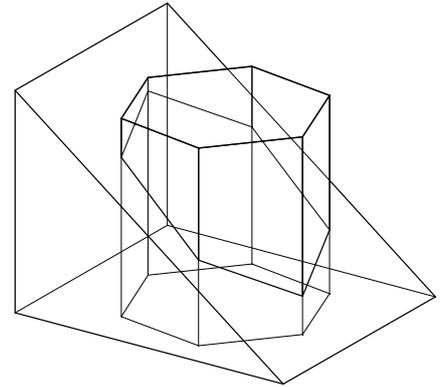
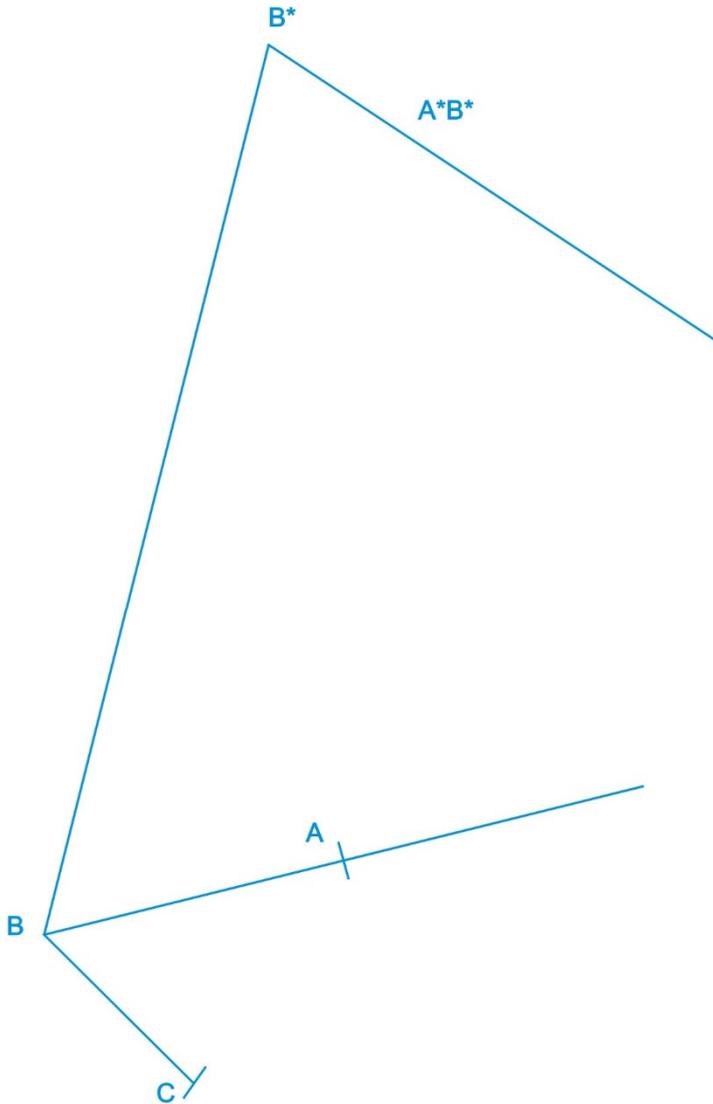
Quelle: Georg Schilling, Wieselburg

# Durchstoßpunkt – Schnittpunkt Gerade-Ebene

Entwurf: Reinhard BÖHM, Zwettl



## Ebener Schnitt eines Prismas



$\oplus 1 = 1^*$

Die Punkte A, B, C legen eine Ebene fest.  
Gleichzeitig sind dies drei aufeinanderfolgende Eckpunkte des regelmäßigen Sechsecks ABCDEF.

Vervollständige das Bild des Sechsecks.

Dieses Sechseck ist Leitpolygon einer Prismenfläche, deren Erzeugendenrichtung durch  $BB^*$  bestimmt ist.

Schneide die Prismenfläche oben mit der durch  $B^*$ , die Gerade  $A^*B^*$  und  $1 = 1^*$  festgelegten Ebene.

Stelle den Teil der Prismenfläche zwischen der Ebene ABC und der Ebene  $A^*B^*1^*$  unter Beachtung der Sichtbarkeit im Parallelriss dar.

**Parallelperspektivität** = Zuordnung zwischen zwei Ebenen

Zugeordnete Punkte liegen auf Parallelen zueinander.

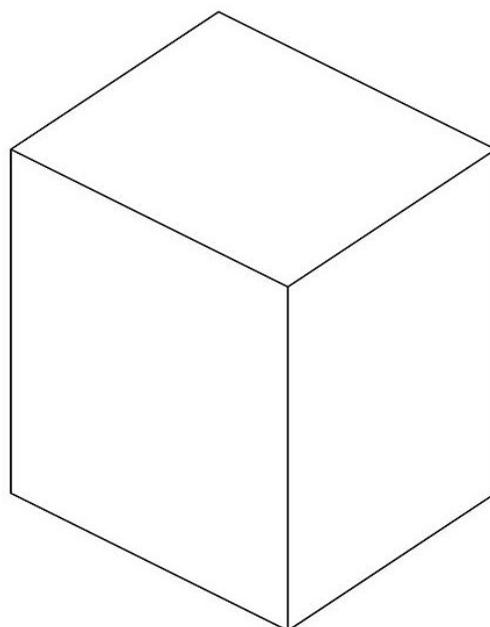
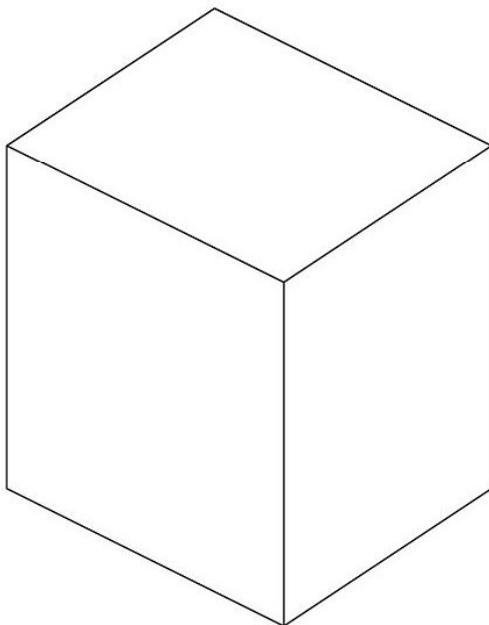
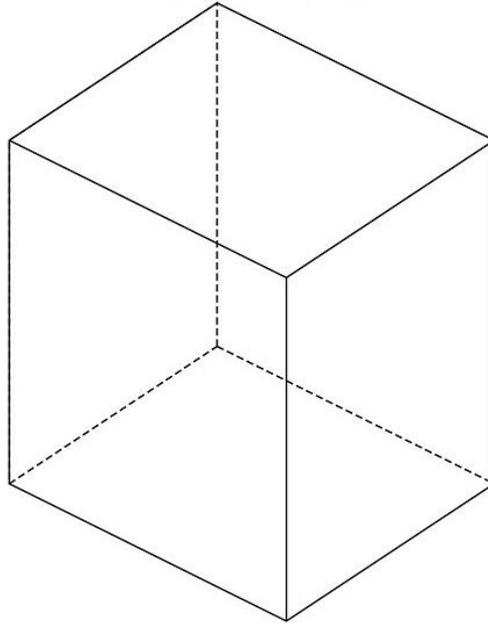
Die Abbildung ist geradentreu.

Zugeordnete Geraden schneiden einander auf einer Geraden (Perspektivitätsachse).

## Formenschatzerweiterung

### Reguläre und halbreguläre Körper

Gegeben sind Parallelrisse eines Würfels. Durch Eckenabschneiden ist daraus ein Kubo-Oktaeder (Seitenkantenmitten!), ein Oktaederstumpf (Seitenflächensymmetralen vierteln) und ein regelmäßiges Oktaeder (Seitenflächenmitten!) konstruktiv zu ermitteln!  
Die verdeckten Kanten sind bei mindestens einem dieser Körper strichliert einzutragen!



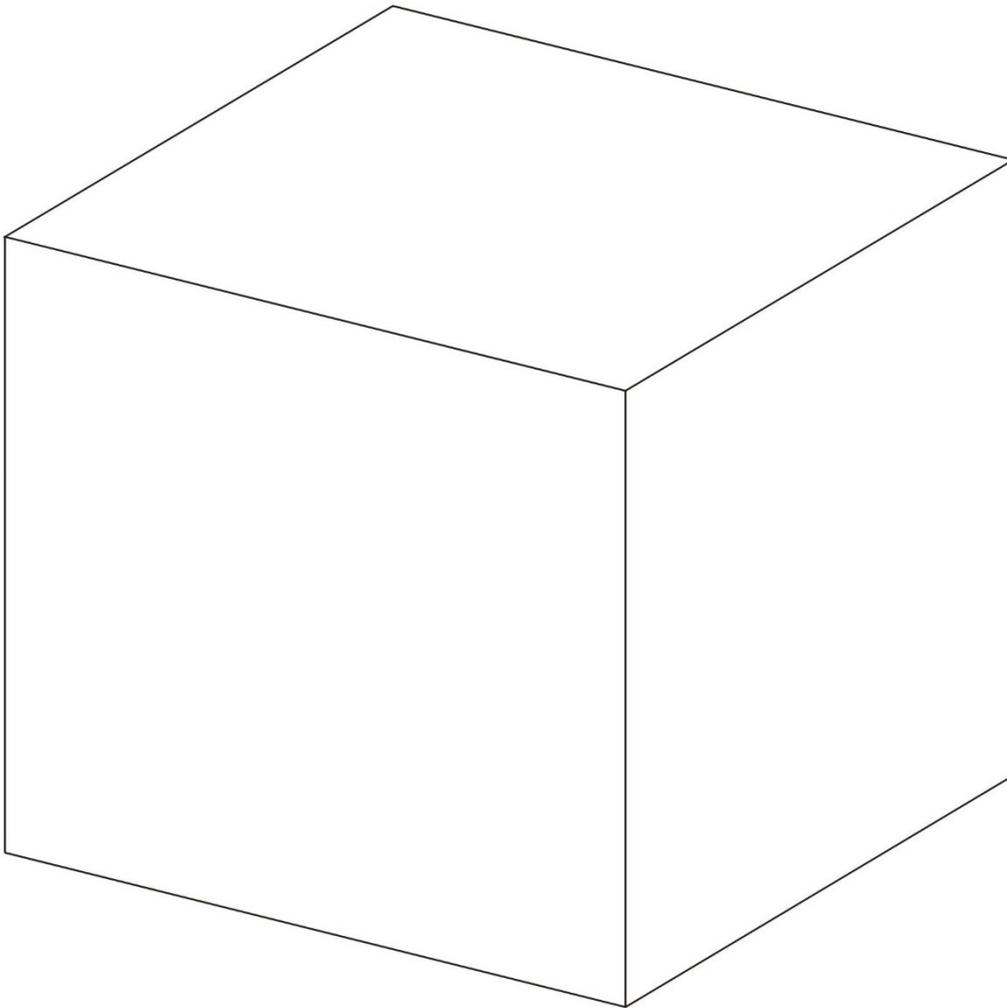
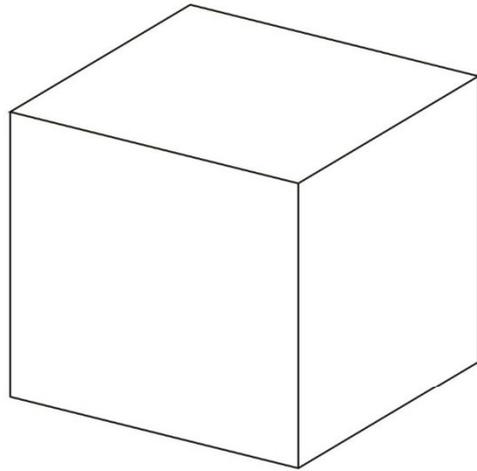
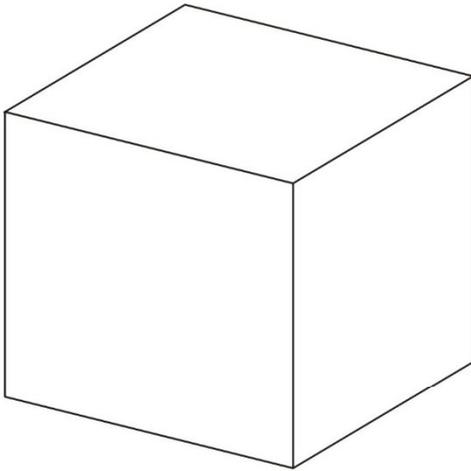
Eckenabschneiden ueb.cdr

## Konstruktionen – Stella Octangula

In die kleineren Würfelbilder sind die beiden möglichen regelmäßigen Tetraeder einzutragen (gebildet aus den Seitenflächendiagonalen).

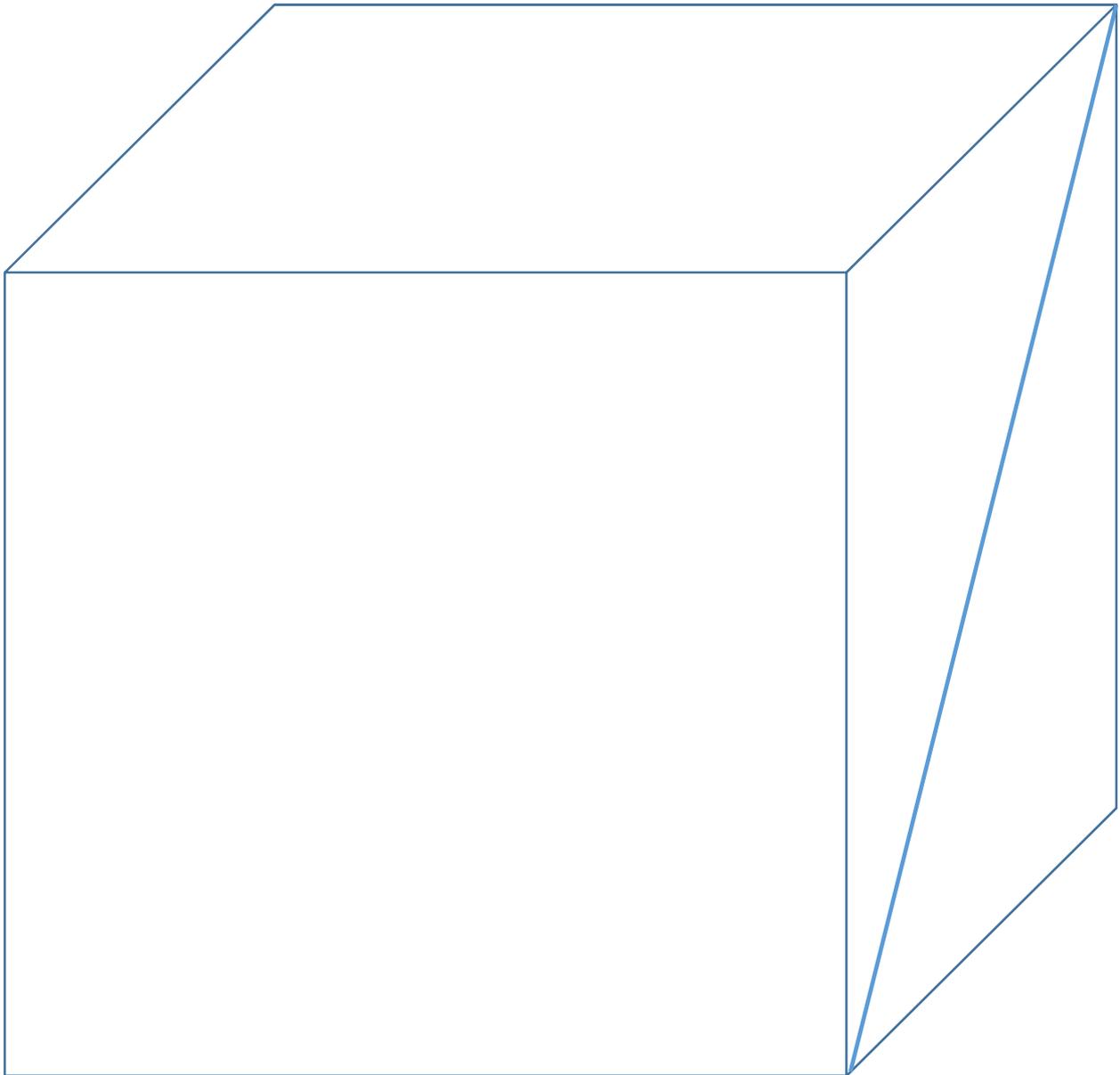
Im größeren Würfelbild ist die Verschneidung dieser Tetraeder ("STELLA OCTANGULA" -  
- achteckiger Stern) darzustellen.

Die verdeckten Kanten sind strichliert einzutragen!

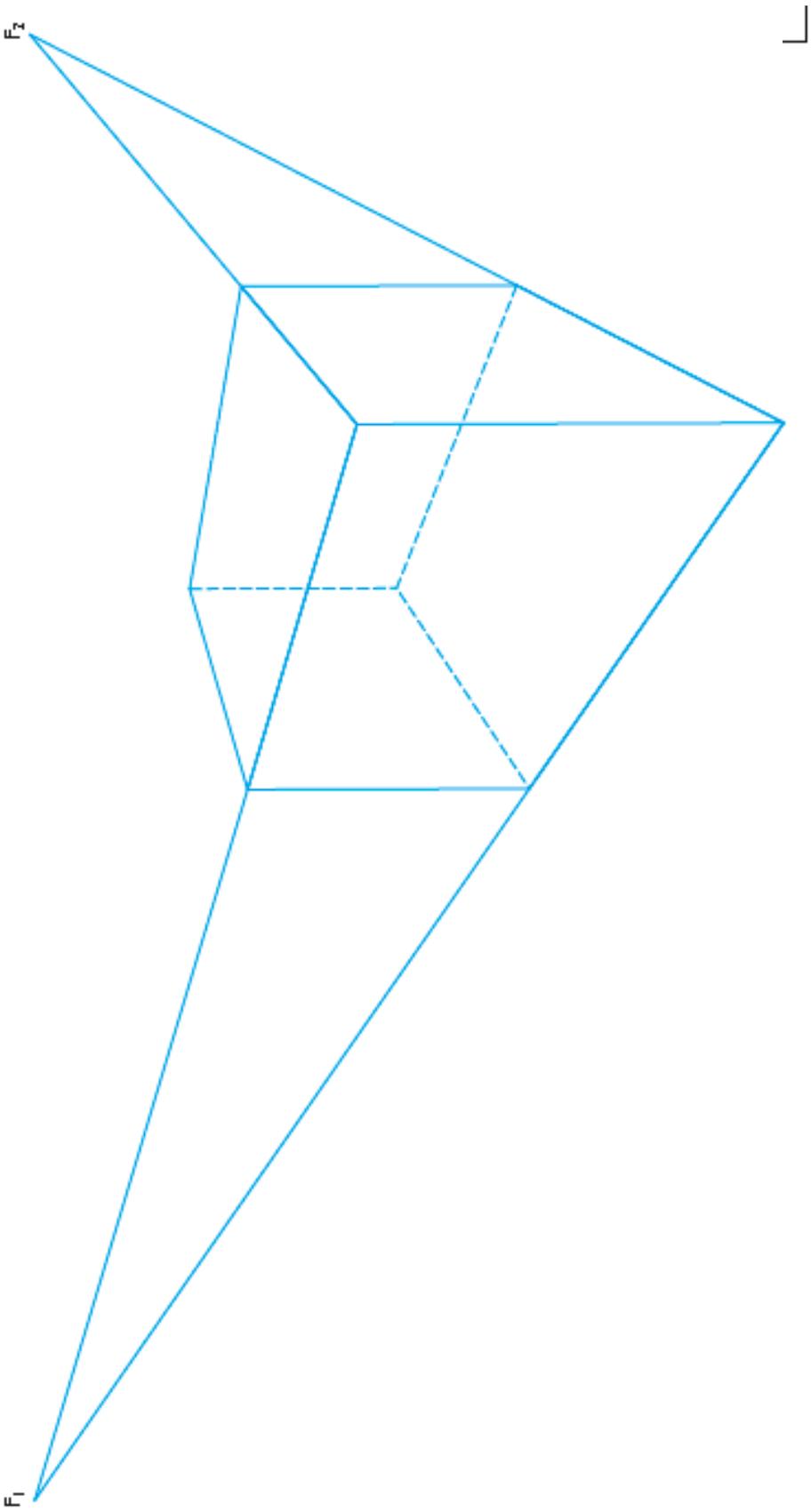


## Konstruktionen – HP-Fläche (Hyperbolisches Paraboloid)

Teile die eingetragene Flächendiagonale in 10 gleiche Teile und nummeriere die Punkte vom unteren Eckpunkt ausgehend. Zeichne die zu dieser Diagonalen windschiefe Diagonale in der parallelen Seitenfläche ein und nummeriere von oben nach unten. Verbinde anschließend gleich nummerierte Punkte. Achte auf die richtige Sichtbarkeit der Strecken.



Konstruktionen – Kubo-Oktaeder



## Maßaufgaben

### Wahre Länge

Ein Seilbahnproblem (1:10000)



Eine Seilbahn führt von der Talstation über eine Mittelstation zur Bergstation, die in 1600 Meter Seehöhe liegt.

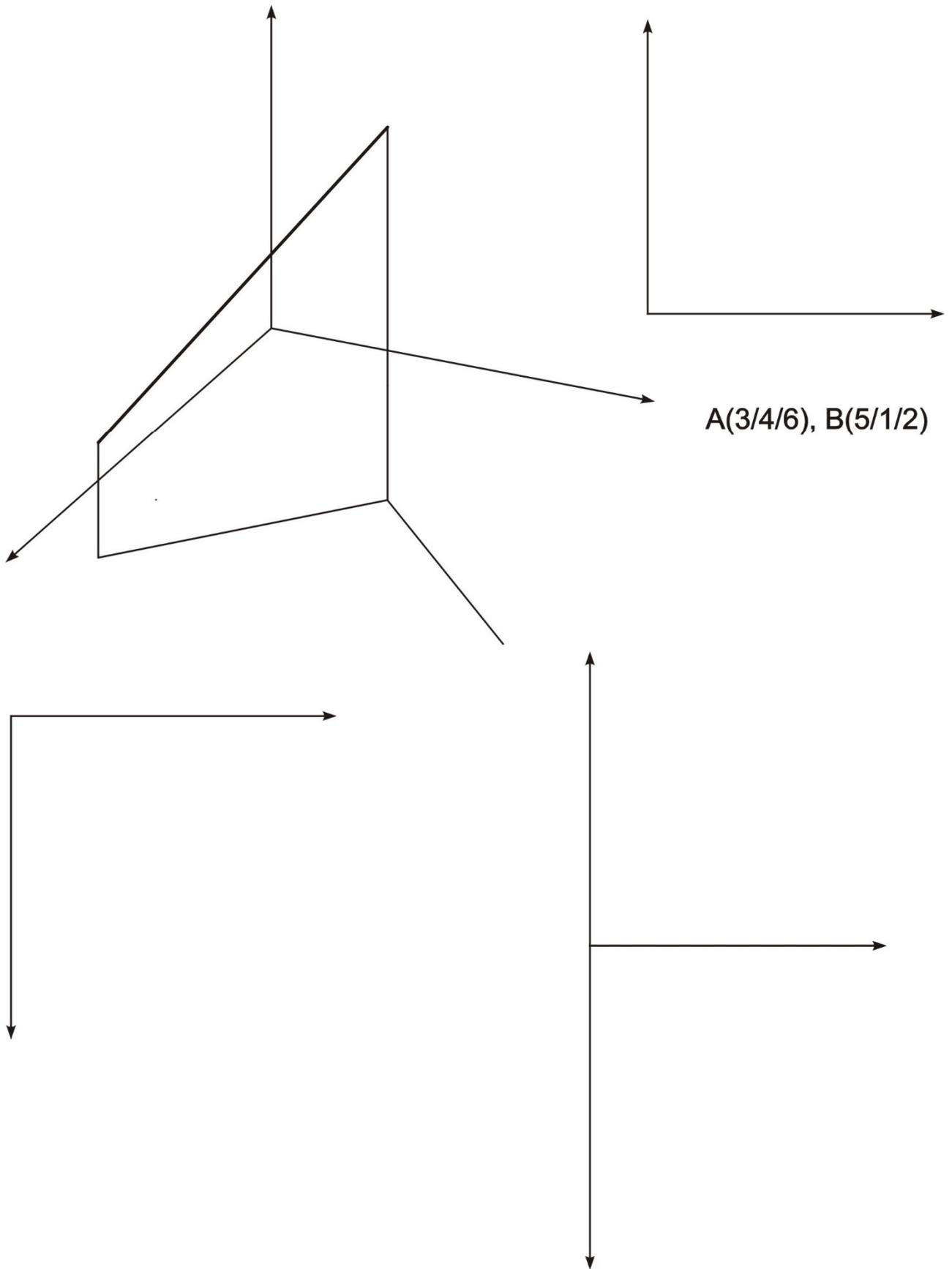
Kotiere die Hauptschichtenlinien des Geländes.

Ermittle von jeder der beiden Seilbahnabschnitte die wahre Länge.

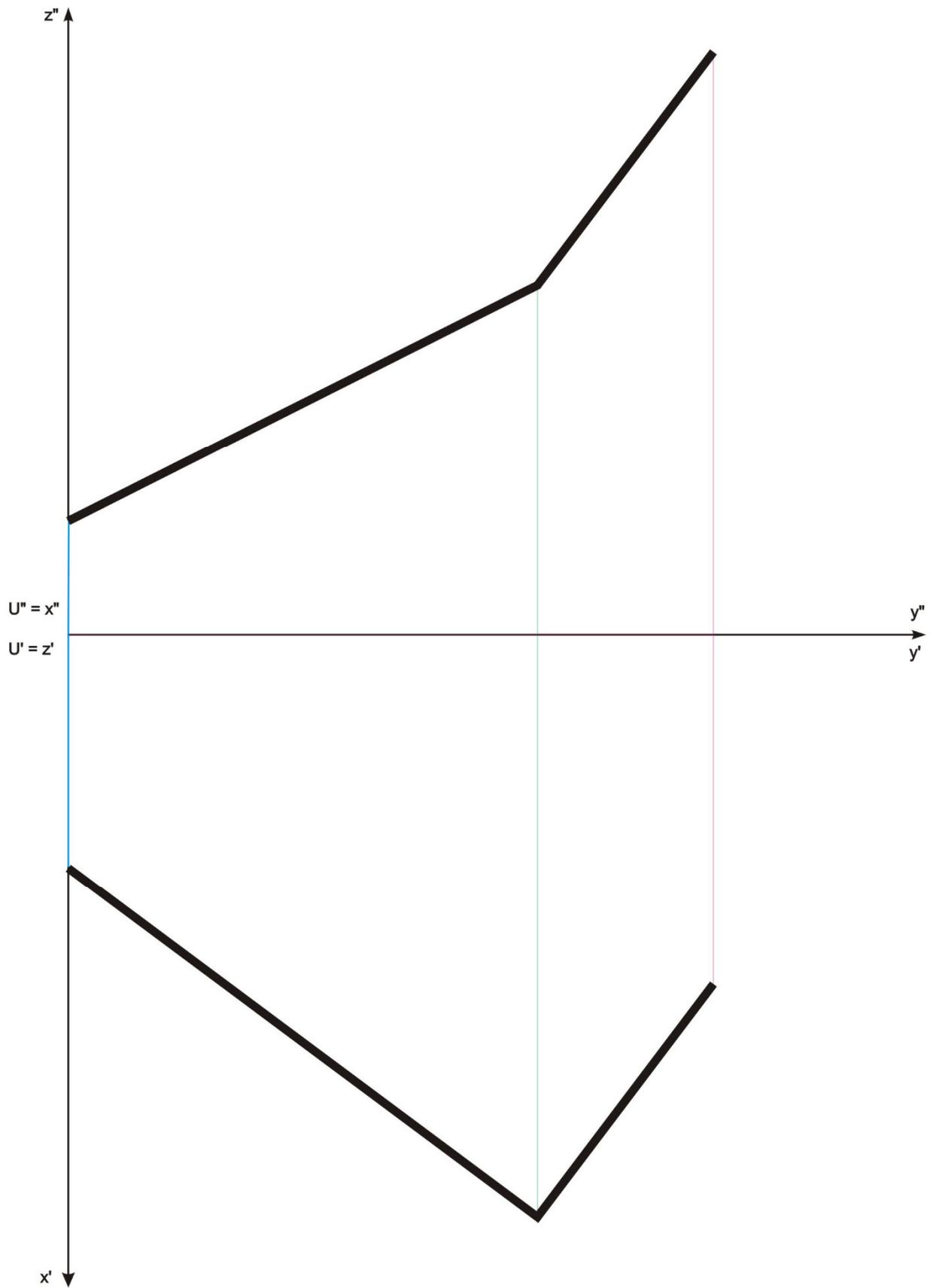
Welches der beiden Teilstücke verläuft steiler?

Muss man im 2. Abschnitt Veränderungen im Gelände vornehmen?

# Wahre Länge - Differenzendreieck



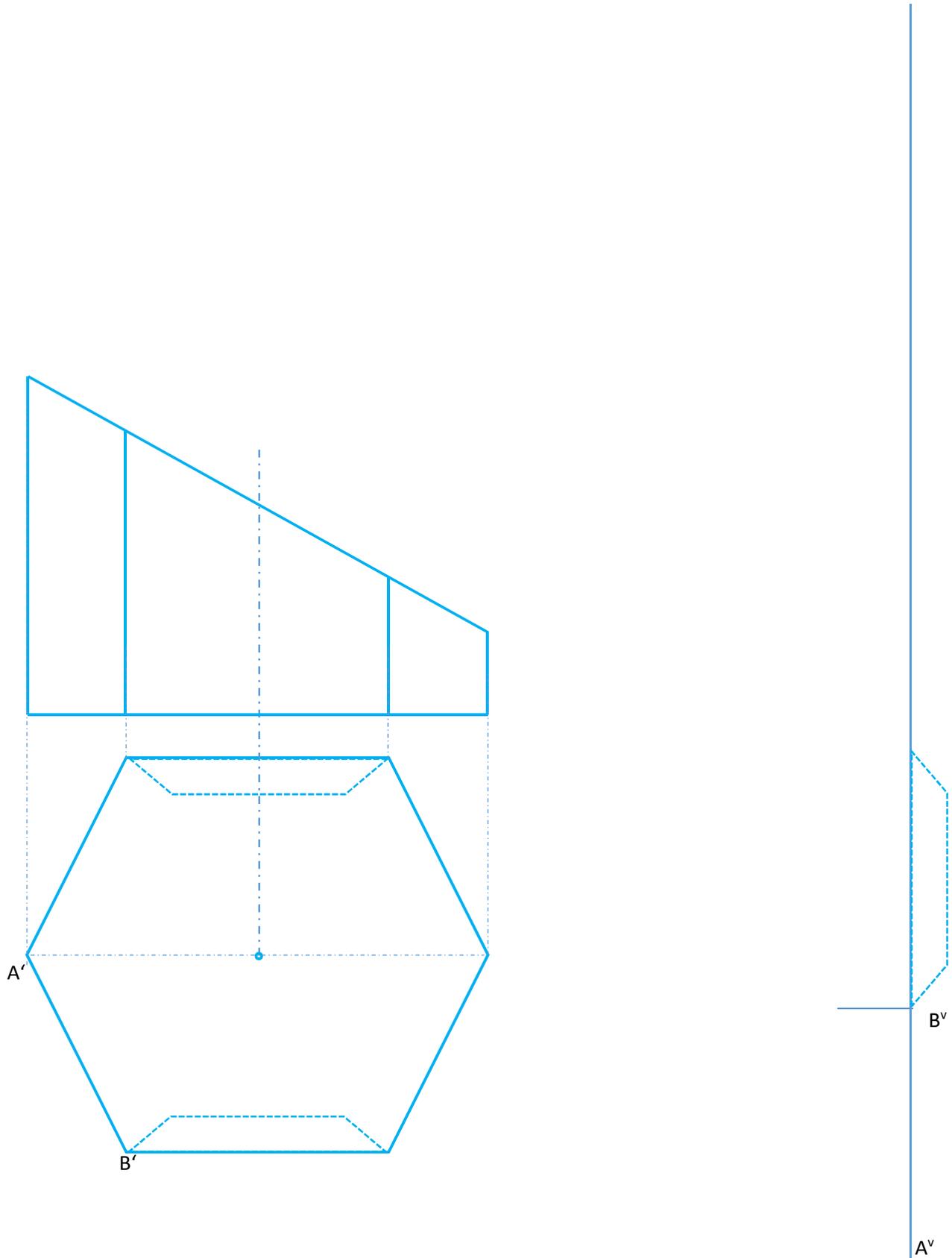
# Wahre Länge, Biegungswinkel



## Schnittaufgaben, wahre Größe

Prisma mit projizierender Ebene geschnitten, gesucht ist die wahre Größe der Schnittfigur und die Abwicklung des Mantels.

(ev. POP-UP-Modell der Mantelfläche >> [www.muel.at/model/index.html](http://www.muel.at/model/index.html) Durchstechmethode auf Karton)



# Leitideen des Raumgeometrieunterrichts

---

*Welche Ideen aus der Beschäftigung mit der Raumgeometrie sind uns wert und teuer, an die nächste Generation weiterzugeben?*

---

*Leitideen* sind gleichsam rote Fäden, die uns durch das Lernen (*beg*)leiten, an denen sich konkrete Inhalte ranken. Sie sind im Laufe der Zeit entstanden, haben sich als nützlich erwiesen.

Kennzeichen von Leitideen für den Mathematikunterricht nach HEYMANN: [Heymann 1996, p173]

- Universalität
- Verdeutlichung auf unterschiedlichen Niveaus, beliebig weite Vertiefbarkeit
- Durchgängigkeit vom Elementarunterricht bis zur höheren Mathematik

... und das sind sie (für Raumgeometrie):

- Idee der Rekonstruktion – das Lesen
- Idee der Projektion – das Schreiben
- Idee der Koordinatisierung – das Messen
- Idee des Formenschatzes – das Abstrahieren
- Idee der Dynamik – das Bewegen

Alle diese Ideen sollen von der Idee des Begründens/Beweisens/Argumentierens durchdrungen sein.

## Literatur:

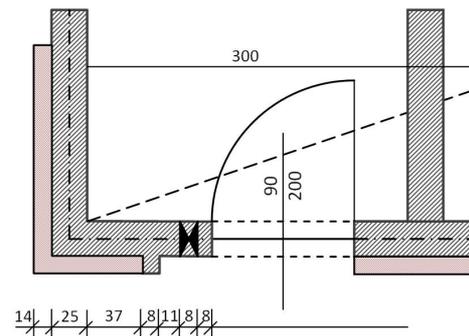
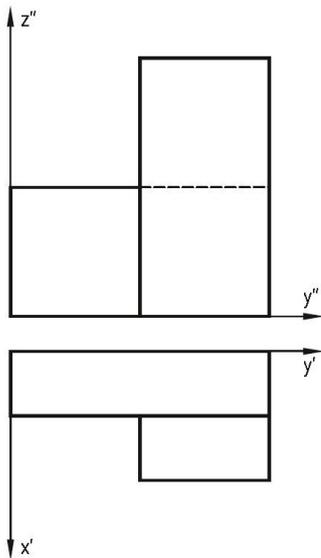
- [13] Heymann, H.W.: Allgemeinbildung und Mathematik. Beltz Verlag, Weinheim und Basel 1996
- [14] Müller, T.: Leitideen des Raumgeometrieunterrichts - in Ludwig, Matthias, Filler, Andreas, Lambert, Anselm (Hrsg.): Geometrie zwischen Grundbegriffen und Grundvorstellungen. (Springer Spektrum 2015), S. 87 - 106  
>>[www.springer.com/de/book/9783658068349](http://www.springer.com/de/book/9783658068349)
- [15] Blümel, M.; Müller, T.; Vilsecker, K.: Leitideen des Raumgeometrieunterrichtes, Informationsblätter für Darstellende Geometrie, Jahrgang 30, Heft 2/2011, Innsbruck (Seite 20 - 24)

## Idee der Rekonstruktion – das Lesen

Diese Idee meint, etwas Zweidimensionales, z.B. eine Skizze auf einem Blatt Papier, dazu zu verwenden, etwas Räumliches, Dreidimensionales, gedacht oder schon realisiert, zu beschreiben. Bilder sind unerlässlich, andere Möglichkeiten wie räumliche Modelle oder verbale Beschreibungen sind oft zu aufwändig oder umständlich herzustellen.

Das „Lesen“ einer solchen Zeichnung, d.h. das Entnehmen der Informationen aus der zweidimensionalen Darstellung, ist ein fundamentaler Teil dieses Kommunikationsvorganges. Dazu ist auch die Kenntnis gewisser Regeln (z.B. Bemaßungsnormen, Abbildungsgesetze) notwendig.

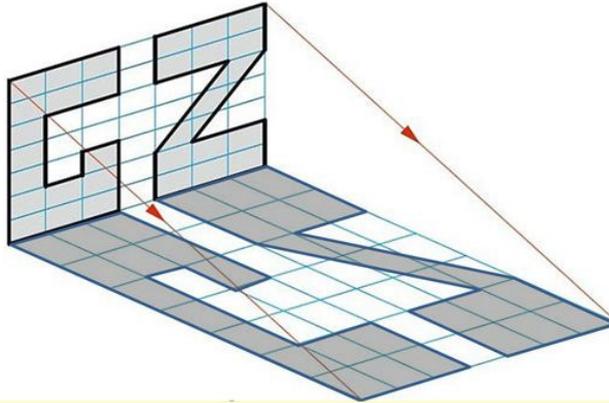
Das „Lesen-Können“ von Zeichnungen und Plänen stellt im Alltag eine wichtige Kompetenz dar. Man denke nur an das Verwenden eines Stadtplanes, einer Wanderkarte, einer digitalen Darstellung des GPS-Bildschirmes, um sich in fremder Umgebung orientieren zu können. Beschreibungen für den Zusammenbau von Geräten, Möbeln usw. werden oft nonverbal, d.h. in Form von Grafiken, geliefert. Damit sind sie unabhängig von Sprache und international verständlich



## Idee der Projektion – das Schreiben

Dieser Idee liegt das Herstellen einer zweidimensionalen Darstellung von einem dreidimensionalen Objekt mittels Projektion zugrunde. Sie begleitet den Unterricht auf verschiedenen Niveau- und Altersstufen: von der kleinkindmäßigen Darstellung von Objekten über den Volksschulunterricht, die Sekundarstufe bis hin zu Darstellungen z.B. im Rahmen von technischen Studien. Hier geht es sozusagen um das Kerngeschäft der Darstellenden Geometrie

Zeichne den Schatten der Buchstaben bei Sonneneinstrahlung.



## Idee der Koordinatisierung – das Messen

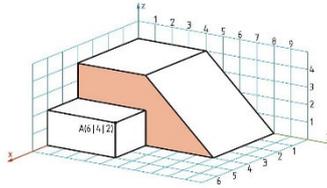
Man kann jedem Raumpunkt und jedem Raumobjekt Zahlen zuordnen. Damit wird der Raum berechenbar, die Umwelt messbar und exakter kommunizierbar.

Besonders deutlich wird die Notwendigkeit der Koordinatisierung, wenn es darum geht, den Hauptschieber für Gas oder Wasser auch im Winter bei schneebedecktem Boden auffindbar zu machen.

Der geläufige Umgang mit räumlichen Koordinaten ist für das Arbeiten mit CAD-Programmen von grundlegender Bedeutung und findet in der analytischen Geometrie in der klassischen Schulmathematik seine alltägliche Schulanwendung.



017 In der Zeichnung ist der Punkt A eingetragen. In der Tabelle sind Koordinaten weiterer Punkte angegeben. Sind diese Punkte Eckpunkte des Körpers? Wenn ja, beschrifte sie in der Zeichnung.



A(6 4 2)	B(4 4 2)	C(3 3 0)	D(4 8 0)	E(0 7 4)	F(0 4 4)
ja					

## Idee des Formenschatzes – das Abstrahieren

Schon kleine Kinder bauen mit einfachen Bausteinen - mit „Grundkörpern“ (Würfel, Quader, Prismen, Zylinder, Pyramiden, Kegel) - reale Objekte (Häuser, ganze Städte, Fahrzeuge, Möbel, ...) phantasie reich nach. Sie „modellieren“. Verstärkt wird diese Verknüpfung der Kinderwelt mit der realen Welt durch kindgerechte Zeichnungen in Bilderbüchern. So kann sich ein einfacher Formenschatz entwickeln, der nach und nach erweitert wird.

Auch im Raumgeometrieunterricht werden die realen Objekte in der Welt auf einfache Grundkörper (Kegel, Würfel, Prisma,...) zurückgeführt. So wird der geometrisch abstrakten „Formenschatz“ entwickelt



1



2



3



4



5



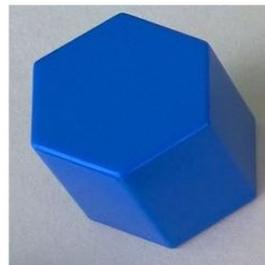
6



A



B



C



D



E



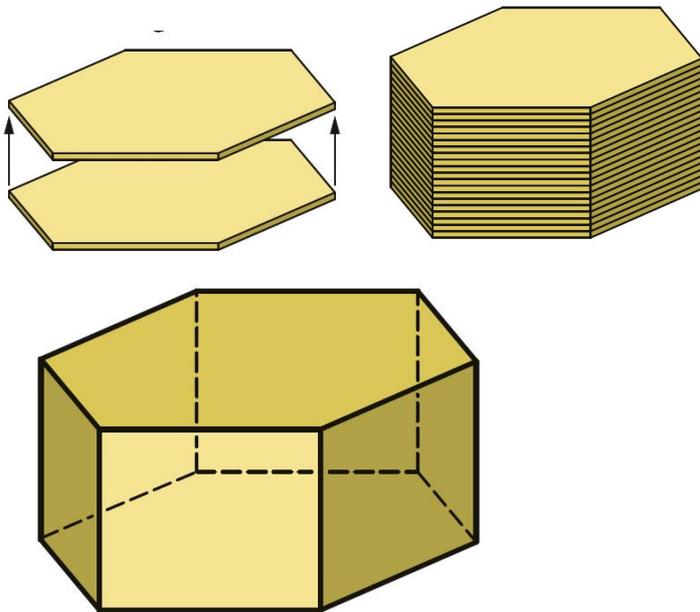
F

## Idee der Dynamik – das Bewegen

Diese Leitidee kann in unterschiedlicher Weise von geometrischer Bedeutung sein:

Ein einzelnes Objekt kann bewegt werden und dabei neue Gebilde erzeugen, vgl. etwa © **Fehler!**

**Verweisquelle konnte nicht gefunden werden.:** Wird beim Modellieren (mit CAD) ein Grundobjekt nicht nur bewegt, sondern gleichzeitig auch kopiert, entsteht ein neues Objekt. Auch die Grundkörper selbst – wie im gezeigten Beispiel ein Prisma – kann man sich durch Bewegung eines Grundelements entstanden denken.



## Beitrag zur Grundbildung

GZ zählt zu den *MIN(D)T-Fächern* (Bereich Mathematik, Informatik, Naturwissenschaft und Technik).

In der Handreichung „Arbeitsunterlagen zu einem kompetenzorientierten Unterricht aus Geometrischem Zeichnen“ [13, S. 4]

*Im Unterrichtsfach GZ werden besonders jene Fähigkeiten und Fertigkeiten geschult, die als Ziel die Weiterentwicklung der Raumintelligenz haben. Typische Fähigkeiten, die hier erworben werden können, sind z.B. sich im Raum orientieren, Raumsituationen grafisch festhalten und Bilder zur Kommunikation verwenden.*

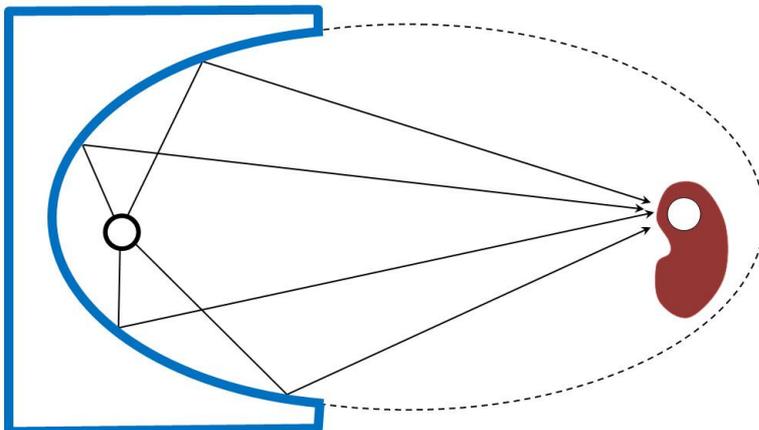
Welchen Beitrag kann GZ/Raumgeometrieunterricht nun zur "**Grundbildung am Ende der Sekundarstufe 1/8. Schulstufe**" geben?

Verdeutlicht soll das an einigen exemplarischen Aufgaben, die folgenden Bedingungen genügen sollen:

- Die Aufgabenstellung soll ein wichtiges Thema des Fachunterrichts zum Inhalt haben und am Ende der Schulpflicht von jedem Schüler/jeder Schülerin erfolgreich bearbeitet werden können.
- Im Sinne der Nachhaltigkeit von Grundbildung soll dieselbe Aufgabe auch von Erwachsenen, die mit 14 Jahren das letzte Mal diesen Fachunterricht hatten, erfolgreich bewältigt werden können.

Soweit die Bedingungen.

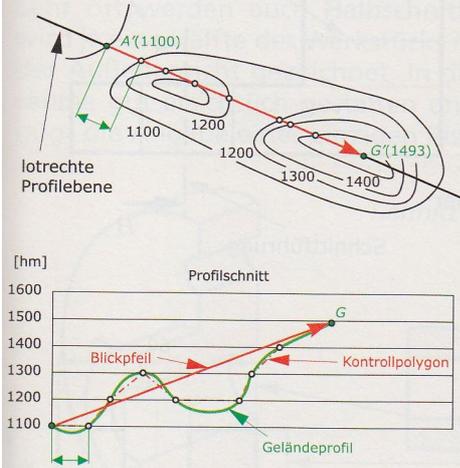
Reflexion: WISSEN und VERSTEHEN



## KONSTRUIEREN und PLANEN aus [4, S. 35]

### Gipfelblick

A 6.3: Ein Wanderer steht am Ausgangspunkt A seiner Bergtour. Kann er von dieser Stelle aus das Ziel seiner Tour, den Gipfel G, schon sehen (Arbeitsblatt Ü101)?



Wir kotieren die Schichtenlinien und legen durch den Blickpfeil eine lotrechte Profilebene.

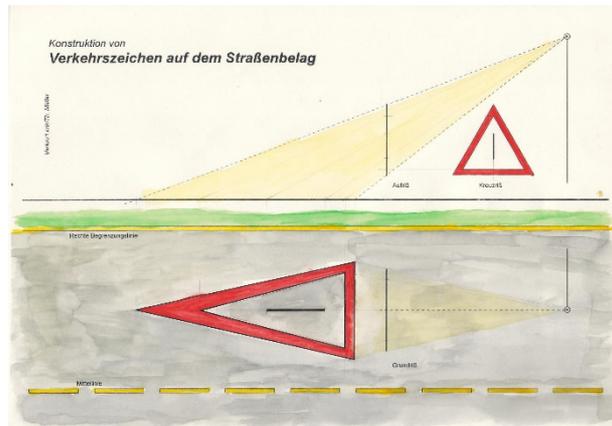
Die Schnittpunkte mit den Schichtenlinien übertragen wir ins umgeklappte Profil, und beachten dabei die aus der Karte abgelesenen Seitenabstände.

Die direkte Verbindung der Schnittpunkte mit einem Linienzug, das sogenannte Kontrollpolygon, ist eine grobe Annäherung des tatsächlichen Geländeprofils. Da es

relativ ungenau ist, versuchen wir es durch eine geeignete Kurve zu „glätten“.

Jetzt erkennen wir: Der Wanderer kann den Gipfel **nicht** sehen.

### Anamorphosen als Verkehrszeichen am Straßenbelag



# Raumvorstellung und Bildungsstandards<sup>1</sup>

## Das Kompetenzmodell für Geometrisches Zeichnen

Der Unterricht aus Geometrischem Zeichnen ist nun im Regelfall an den Neuen Mittelschulen (NMS) in den Mathematikunterricht einzubinden. Für diesen GZ-Unterricht gibt es bereits kompetenzorientierte Unterlagen: Eine vom Thematischen Netzwerk Geometrie (TNG) und dem Fachverband der Geometrie (ADG) ins Leben gerufene Arbeitsgruppe wurde in eine ministerielle Arbeitsgruppe umgewandelt. Die AG hat einen Entwurf eines Kompetenzmodells für den GZ-Unterricht entwickelt und eine Handreichung dazu verfasst:

[16] Mick, S.; Eibl, S.; Gabl, J., Hochhauser, D.; Ranger, S.; Schmied J.: Arbeitsunterlagen zu einem kompetenzorientierten Unterricht aus Geometrischem Zeichnen

Online >> [https://www.schule.at/fileadmin/DAM/Gegenstandsportale/Raumgeometrie/Dateien/wg/Handreichung\\_GZ\\_Kompetenzen\\_2013\\_06\\_18.pdf](https://www.schule.at/fileadmin/DAM/Gegenstandsportale/Raumgeometrie/Dateien/wg/Handreichung_GZ_Kompetenzen_2013_06_18.pdf)

Das GZ-Kompetenzmodell [[>>www.schule.at/portale/raumgeometrie-gz-dg-cad/kompetenz-orientierung.html](http://www.schule.at/portale/raumgeometrie-gz-dg-cad/kompetenz-orientierung.html)] wurde in Anlehnung an das gesetzlich vorgegebene Kompetenzmodell des Faches Mathematik [[>> www.ris.bka.gv.at/Dokumente/BgblAuth/BGBLA\\_2009\\_II\\_1/COO\\_2026\\_100\\_2\\_502843.pdf](http://www.ris.bka.gv.at/Dokumente/BgblAuth/BGBLA_2009_II_1/COO_2026_100_2_502843.pdf)] entwickelt und soll eine Orientierungshilfe für die Ausrichtung eines modernen Raumgeometrie-Unterrichtes in GZ und M in der NMS geben.

Die Mathematik-Kompetenzen werden einerseits durch die GZ-Kompetenzen ergänzt, die GZ Kompetenzen ordnen sich andererseits in das Mathematik-Modell ein (vgl. Grafik unten "Mathematik-und GZ-Kompetenzen")

Der Entwurf der GZ-Kompetenzen und Übungsbeispiele dazu stehen auf der oben genannten Seite als Download zur Verfügung. Die Aufgaben sind in einem Kompetenz-Raster eingetragen und sollen exemplarisch die Handlungskompetenzen und die einzelnen Inhaltsbereiche sichtbar machen.

Mögliche Downloads unter <https://www.schule.at/portale/raumgeometrie-gz-dg-cad/kompetenz-orientierung.html>

- [GZ-Kompetenzmodell: Handreichung Entwurfsfassung](#)
- [GZ-Kompetenzmodell: Arbeitsblätter zur Handreichung](#)
- [GZ-Kompetenzmodell: Kompetenzraster](#)
- [DG-Kompetenzmodell](#)
- [Leitfaden: Neue Reifeprüfung DG/AHS](#)

	Mathematikkompetenz-Modell	GZ-Kompetenzen
Handlungsbereiche	H1: Darstellen, Modellbilden	H1: Analysieren und Modellbilden
	H2: Rechnen, Operieren	H2: Darstellen und Operieren
	H3: Interpretieren	H3: Interpretieren und Deuten
	H4: Argumentieren, Begründen	H4: Argumentieren und Begründen
Inhaltsbereiche	I3: Geometrische Figuren und Körper	I <sub>g2</sub> 1: Geometrische Objekte und deren Eigenschaften I <sub>g2</sub> 2: Transformationen und Relationen zwischen Objekten I <sub>g2</sub> 3: Projektionen und Risse I <sub>g2</sub> 4: CAD-Systeme

<sup>1</sup> Inhalte und Beispiele dieses Kapitels wurden teils wörtlich [11] entnommen.

## Kompetenzen an Aufgaben sichtbar machen

Die *Handlungsdimension* ist in folgende Handlungsbereiche gegliedert:

*H1 Analysieren und Modellbilden*

*H2 Darstellen und Operieren*

*H3 Interpretieren und Deuten*

*H4 Argumentieren und Begründen*

Die *Inhaltsdimension* ist in folgende Inhaltsbereichen gegliedert:

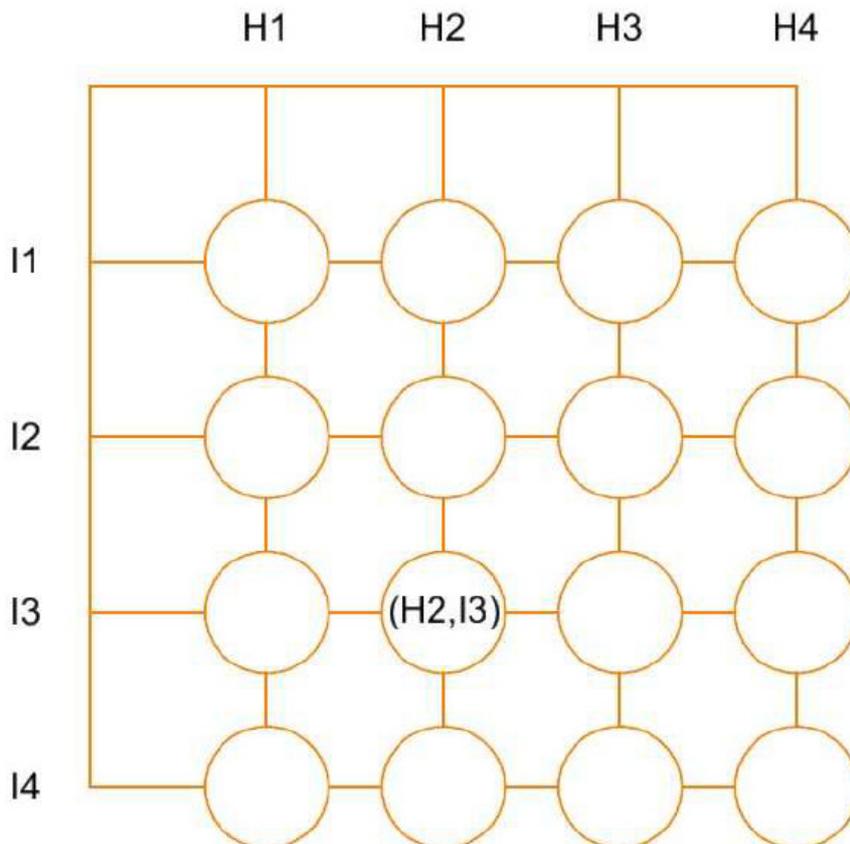
*I1 Geometrische Objekte und deren Eigenschaften*

*I2 Transformationen und Relationen zwischen Objekten*

*I3 Projektionen und Risse*

*I4 CAD-Systeme*

In den folgenden Tabellen (entnommen [16] ) werden exemplarisch geometrische Tätigkeiten und geometrische Inhalte und ihre Zuordnung zu den Handlungsbereichen und Inhaltsbereichen beschrieben.



*Kompetenzmodell für das UF  
Geometrisches Zeichnen*

## Handlungsdimensionen [16]

<p><b>H1</b></p> <p><b>Analysieren und Modellbilden</b></p>	<p><b>Analysieren</b> meint das Erkennen und Erarbeiten der Gestalt von Objekten und ihrer Lage im Raum in einem realen Kontext (z.B. Gegenstände, Modelle, Fotos und fotorealistische Darstellungen, reale Situationen).</p> <p><b>Modellbilden</b> meint das Übertragen der aus der Analyse gewonnenen Erkenntnisse in eine vereinfachte und geometrisch idealisierte Form.</p> <p>Charakteristisch ist zum Beispiel:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Kennen geometrischer Grundobjekte und ihrer Eigenschaften</li> <li>• Beschreiben geometrischer Objekte und ihrer Eigenschaften</li> <li>• Erkennen geometrischer Grundobjekte in einem realen Kontext</li> <li>• Zerlegen komplexer Strukturen aus einem realen Kontext in geometrische Objekte</li> <li>• Erfassen von Beziehungen zwischen Objekten (z.B. Lage und Transformationen, Maße und Proportionen)</li> </ul>
<p><b>H2</b></p> <p><b>Darstellen und Operieren</b></p>	<p><b>Darstellen</b> im engeren Sinn meint die bildhafte Wiedergabe einer ebenen oder räumlichen Situation nach bestimmten Vorgaben (z.B. Handskizzen, händisch ausgefertigte Konstruktionen, virtuelle Modelle). Darstellen im weiteren Sinn meint die Wiedergabe einer räumlichen Situation durch Maße, Koordinaten, Beschreibung, reale Modelle etc.</p> <p><b>Operieren</b> meint das Planen und das Durchführen von Darstellungen, Konstruktionen sowohl in der Ebene als auch im Raum mit geeigneten Werkzeugen.</p> <p>Charakteristisch ist zum Beispiel:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Herstellen von Rissen</li> <li>• Anfertigen von geometrisch richtigen Freihandskizzen</li> <li>• Erzeugen und Bearbeiten von Objekten mit 3D-CAD-Software</li> <li>• Bauen von Modellen</li> <li>• Übertragen von einer Darstellungsform in eine andere</li> <li>• Ablesen von Maßen und Koordinaten</li> <li>• Durchführen von 2D-Konstruktionen</li> <li>• Auswählen einer geeigneten Darstellungsform (Handskizze, reales oder virtuelles Modell, händische Konstruktion, CAD-Konstruktion, analytisches Modell, Text)</li> <li>• Präsentieren der Ergebnisse unter Verwendung geeigneter Medien</li> </ul>
<p><b>H3</b></p> <p><b>Interpretieren und Deuten</b></p>	<p><b>Interpretieren</b> meint das Erkennen und Erarbeiten der Gestalt von Objekten und ihrer Lage im Raum aus geometrischen oder anderen (abstrakten) Darstellungsformen (z.B. Rissen, technischen Zeichnungen, Plänen, Texten, analytischen Angaben).</p> <p><b>Deuten</b> meint im Besonderen das Herstellen von Verbindungen geometrischer Sachverhalte zu Realsituationen.</p> <p>Charakteristisch ist zum Beispiel:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Lesen von Rissen (z.B. Erkennen geometrischer Objekte aus der Darstellung)</li> <li>• Verstehen (Deuten) von Texten (z.B. Objektbeschreibungen, Arbeitsanleitungen) und analytischen Angaben •</li> <li>• Beschreiben geometrischer Objekte und ihrer Eigenschaften, ausgehend von ihren Rissen</li> <li>• Lesen und Verstehen von Plänen</li> <li>• Ablesen von Maßen und Abschätzen von Proportionen</li> <li>• Bestimmen der Sichtbarkeit •</li> <li>• Anwenden von Konstruktionsergebnissen im gegebenen Kontext (z.B. Alltagssituationen)</li> </ul>
<p><b>H4</b></p> <p><b>Argumentieren und Begründen</b></p>	<p><b>Argumentieren</b> meint das Angeben von geometrischen Überlegungen, die für oder gegen eine bestimmte Sichtweise bzw. Entscheidung und die daraus resultierende Aktion sprechen. Argumentieren erfordert eine korrekte Verwendung der geometrischen Fachsprache.</p> <p><b>Begründen</b> meint die Angabe jener Argumente, die zu einer Entscheidung und Schlussfolgerung führen.</p> <p>Charakteristisch ist zum Beispiel:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Begründen einer Lagebeziehung</li> <li>• Begründen der Zulässigkeit einer Längen- bzw. Winkelmessung</li> <li>• Nennen von Argumenten, die für oder gegen die Verwendung einer Darstellungsform sprechen</li> <li>• Angeben von Argumenten, die für oder gegen eine bestimmte Vermutung, Interpretation oder Lösung sprechen</li> </ul>

## Inhaltskompetenzen [16]

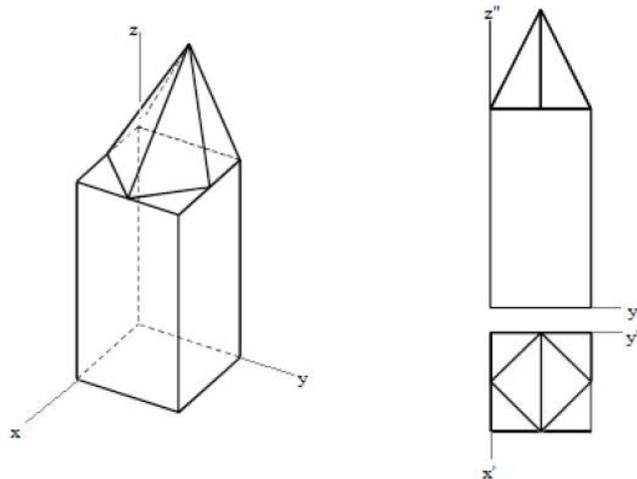
<p><b>I1</b> <b>Geometrische Objekte und deren Eigenschaften</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Lineare Grundelemente Punkt Gerade, Strecke Ebene, Polygon</li> <li>• Kartesisches Koordinatensystem</li> <li>• Kurven Kreis Ellipse</li> <li>• Grundkörper (Draht-, Flächen-, Volumsmodell) Prisma, Pyramide, Polyeder Kugel, Drehkegel, Drehzylinder</li> </ul>
<p><b>I2</b> <b>Transformationen, Relationen zwischen Objekten</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Transformationen Schiebung Drehung Spiegelung Streckung (Skalierung)</li> <li>• Boolesche Operationen Vereinigung Differenz Durchschnitt</li> <li>• Ebene Schnitte</li> <li>• Maßbestimmungen Unverzerrte Gestalt (Länge, Winkel) Technische Zeichnung (Bauplan, Werkzeichnung) Maßstab</li> <li>• Lagebeziehungen</li> </ul>
<p><b>I3</b> <b>Projektionen und Risse</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Projektionen Parallelprojektion Zentralprojektion</li> <li>• Risse Normalriss Schrägriss (spezielle und allgemeine Axonometrien) Zentralriss</li> </ul>
<p><b>I4</b> <b>CAD-Systeme</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 3D-CAD-Software</li> </ul>

## Kompetenzorientierung Beispiel 1

... entnommen [16], S. 14

### Bausteine

Hier siehst du von einem aus zwei Bausteinen zusammengesetzten Objekt eine Axonometrie sowie Grund- und Aufriss.

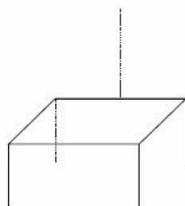


a) Welche Bausteine bilden das zusammengesetzte Objekt? Kreuze in der Tabelle an.

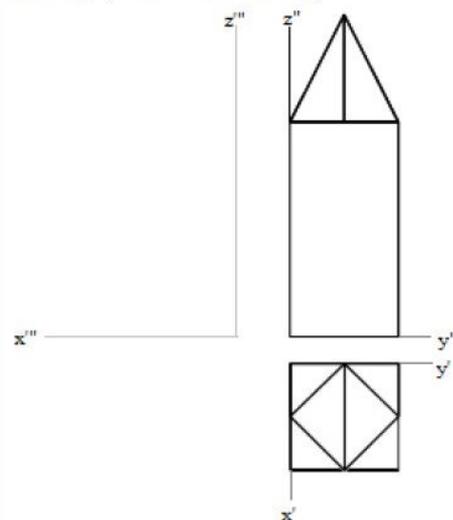
Würfel	Drehkegel	Drehzylinder	Pyramide	Prisma
<input type="checkbox"/>				

b) Nenne geometrische Eigenschaften der beiden Teilobjekte.

c) Stelle den begonnenen Frontalriss des oben abgebildeten Objektes freihändig fertig. Zeichne auch die verdeckten Kanten ein.



d) Zeichne zu Grund- und Aufriss den Kreuzriss (Ansicht von rechts).

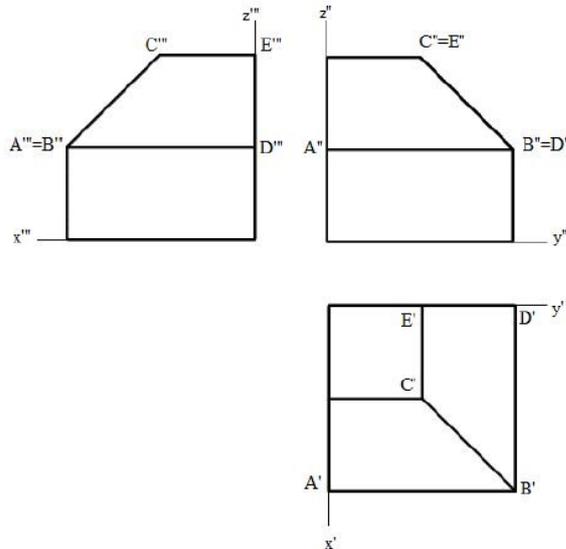
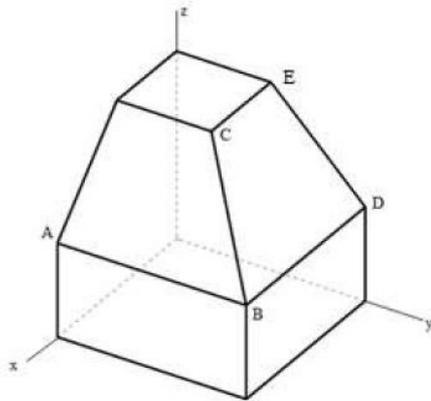


## Kompetenzorientierung Beispiel 2

... entnommen [15], S. 16

### Länge von Strecken

Du siehst hier ein axonometrisches Bild eines Objektes sowie Grundriss, Aufriss und Kreuzriss des Objektes. Schau dir die Strecken  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$  und  $\overline{DE}$  an und beantworte die unten stehenden Fragen.



- a) Entscheide für jede Strecke, ob sie in Grundriss, Aufriss oder Kreuzriss in wahrer Länge abgebildet wird. Wenn ja, kreuze den Riss an und begründe in jedem Fall deine Entscheidung.

	GR	AR	KR	Begründung
$\overline{AB}$				
$\overline{BC}$				
$\overline{DE}$				

- b) Sind die Aussagen über die Länge der Strecken wahr oder falsch? Kreuze w oder f an und begründe deine Entscheidung.

	w	f	Begründung
Die Strecke $\overline{AB}$ ist kürzer als die Strecke $\overline{DE}$ .			
Die Strecke $\overline{BC}$ ist länger als die Strecke $\overline{DE}$ .			
Die Strecken $\overline{AB}$ und $\overline{DE}$ sind gleich lang.			

## Kompetenzorientierung Beispiel 3

... entnommen [16], S. 20

### Bedienung eines 3D-CAD-Programms

Durch den folgenden Text sind ein Objekt und seine Darstellung bestimmt.

Arbeite die Anleitung Schritt für Schritt mit **GAM** durch.

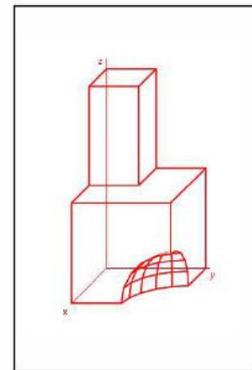
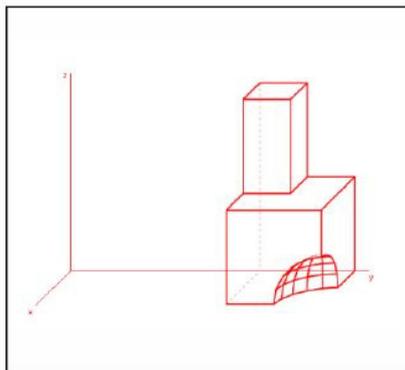
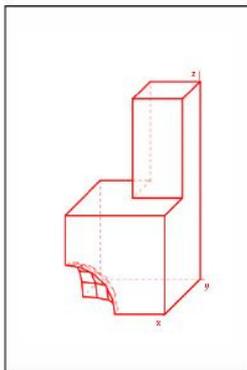
1. Öffne **GAM**.
2. Speichere eine neue Datei unter dem Namen **Kultobjekt**.

Modellieren des Objekts

3. Erzeuge einen Würfel mit der Kantenlänge 2.
4. Verschiebe den Würfel um den Schiebvektor  $(0|4|0)$ .
5. Erzeuge einen Quader mit den Kantenlängen  $a = 1$ ,  $b = 1$ ,  $c = 2$ .
6. Verschiebe den Quader um den Schiebvektor  $(0|4|2)$ .
7. Vereinige den Würfel mit dem Quader.
8. Erzeuge eine Kugel mit dem Radius 1.
9. Verschiebe die Kugel um den Schiebvektor  $(2|6|0)$ .
10. Bilde die Differenz des vorigen Objektes mit der Kugel.

Darstellen des Objekts

11. Wähle einen Frontalriss und lasse die Koordinatenachsen anzeigen.
12. Stelle verdeckte Kanten strichliert dar.
13. Ändere die Farbe des Objektes auf Rot.
14. Speichere deine Datei.
15. Zeigt eine Abbildung dein Ergebnis? Wenn ja, kreuze sie an.
16. Schließe das Programm.

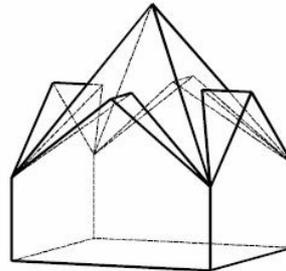


## Kompetenzorientierung Beispiel 4

... entnommen [16], S. 24

### Objektanalyse

Du siehst hier ein Foto einer russischen Kapelle in Alaska und einen Frontalriss eines Modells der Kapelle.



- a) Gib an, aus welchen räumlichen geometrischen Objekten diese Kapelle (ohne Türmchen) bestehen könnte. Verwende auch den Frontalriss.

	ja	nein
Würfel	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
quadratisches Prisma	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Quadrat	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Quader	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
dreiseitiges Prisma	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Dreieck	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
dreiseitige Pyramide	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
vierseitige Pyramide	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Drehkegel	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- b) Schreibe die richtige Anzahl der unten angeführten Punkte und Kanten in die Tabelle. Verwende auch den Frontalriss.

	Anzahl
senkrechte Kanten	
Kanten durch die Spitze des Daches	
Punkte, in denen sich genau drei Kanten schneiden	
Punkte, in denen sich mehr als drei Kanten schneiden	
Punkte, in denen sich weniger als drei Kanten schneiden	

- c) Schätze, in welcher Höhe sich die Spitze des Kreuzes befindet: \_\_\_\_\_ Meter

## GZ und/im Mathematikunterricht

Folgende Ausführungen haben als Ausgangspunkt den bei den Betroffenen bekannten Vorsatz des Mathematiklehrplans der NMS (Anlage 1, BGBLA\_2012\_II\_185<sup>2</sup>).

### MATHEMATIK

Sofern Geometrisches Zeichnen nicht als eigener Unterrichtsgegenstand geführt wird, sind im Unterricht von Mathematik die Grundzüge des Unterrichtsgegenstandes Geometrisches Zeichnen zu vermitteln.

Als eine Reaktion auf den Vorsatz entstanden GZ-Lehrbücher:

- ÖBV: 100% Mathematik (Blümel, Müller, Vilsecker)
- Veritas: Raumgeometrie pur (Asperl, Gerns, Wischounig)
- Lemberger: Genial! Mathematik, Geometrisches Zeichnen (Iby)

Die Frage ist, welche Kompetenzen eine bisher GZ-ferne Mathematiklehrperson erwerben bzw. besitzen soll, um die im Lehrplan geforderten Grundzüge im Mathematikunterricht vermitteln zu können.

In diesem Zusammenhang soll auf die Erwähnungen des österreichischen GZ- bzw. Raumgeometrieunterrichts im neulich (Mitte 2015) erschienenen „Handbuch der Mathematikdidaktik“ hingewiesen werden:

*„Ergänzend soll hier auf den Unterricht im geometrischen Zeichnen‘ verwiesen werden, wie er in den süddeutschen Ländern üblich war und auch heute noch – wenn auch in seiner Position gefährdeter – in Österreich üblich ist. Hier kann man sehen, wie ein an der deskriptiven Seite der Geometrie interessierter Unterricht aussehen könnte, der seinen Aufbau und seine Systematik nicht mehr aus einer mathematischen Hintergrundtheorie bezieht, sondern entlang außermathematischer Kontexte und Erfordernisse strukturiert wird. So wird für die Lernenden deutlich, wie geometrische Problemlösestrategien zur Lösung alltagsrelevanter Fragestellungen beitragen. Dieses deskriptive Vorgehen kann an einfachen und sehr komplexen Sachverhalten praktiziert werden, wobei auch komplexes mathematisches Arbeiten gefordert ist. Dies scheint für den Schulalltag weitaus motivierender zu sein, als ein an mathematischer Struktur ausgerichteter Lehrgang zum Lernen von Geometrie.“ [aus Bruder ua. (Hrsg.) 2015, p192]*

Bereits im Werk von Kadunz/Sträßer (2008) wird auf das nun akut anstehende Problem der mangelnden LehrerInnenbildung für den Raumgeometrieunterricht (im deutschsprachigen Raum) hingewiesen:

*„Wir meinen jedenfalls, dass der einigermaßen sichere Umgang mit der Herstellung und Verwendung von Darstellungen räumlicher Objekte zurzeit durch die Lehrerausbildung nicht gewährleistet ist.“ [aus Kadunz, Sträßer 2008, p66]*

[17] Bruder ua. (Hrsg.): Handbuch der Mathematikdidaktik, Springer Spektrum, Heidelberg, 2005

[18] Kadunz, Sträßer: Didaktik der Geometrie in der Sekundarstufe 1, Franzbecker, Berlin, 2008

<sup>2</sup> [www.ris.bka.gv.at/Dokumente/BgblAuth/BGBLA\\_2012\\_II\\_185/COO\\_2026\\_100\\_2\\_752334.html](http://www.ris.bka.gv.at/Dokumente/BgblAuth/BGBLA_2012_II_185/COO_2026_100_2_752334.html) [2015-09-23]

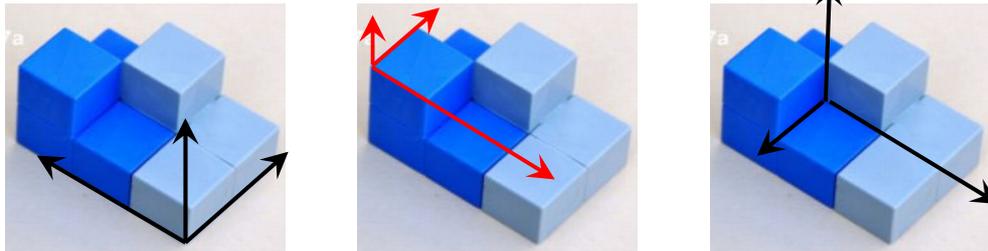
# Anhang

## Anhang: Axonometrie zur Darstellung realer Objekte

Will man ein reales Objekt einfach in einem Parallelriss darstellen, dann empfiehlt sich folgende Vorgangsweise:

**Schritt 1:** Zunächst am Objekt drei „Hauptrichtungen“ suchen bzw. frei auswählen. Diese sollen paarweise zueinander normal stehen und einen gemeinsamen Ausgangspunkt haben. Diese Auswahl ist nicht immer eindeutig (vgl. erste Abbildung). Aber das macht nichts. Das Ergebnis ist unabhängig von der Wahl dieser Hauptrichtungen. Der Ausgangspunkt aller drei Hauptrichtungen wird meist „Ursprung“ genannt.

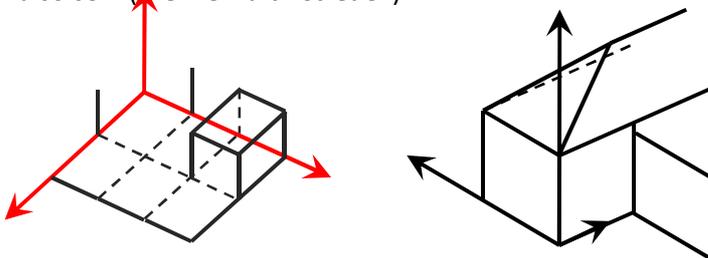
Beispiel für die unterschiedliche Wahl der Hauptrichtungen:



Weitere Beispiele für mögliche „Hauptrichtungen“ bei konkreten Objekten:



**Schritt 2:** Nun nimmt man ein Zeichenblatt und skizziert einfach drei von einem Punkt ausgehende Achsen. Diese entsprechen den Hauptrichtungen am realen Raumobjekt, müssen aber keinesfalls gleiche Richtungen oder Achsenneigungen wie am realen Raumobjekt haben. **Parallel** zu den gezeichneten Achsen**bildern** werden nun die Kantenbilder des Objektes gezeichnet („**Parallelentreue**“). Auch die Verhältnistreue sollte man berücksichtigen: Der Halbierungspunkt einer Strecke im Raum soll auch in der Zeichnung die Bildstrecke halbieren, ist eine Strecke dreimal so lange wie eine andere, so soll das auch im Bild so sein („**Teilverhältnistreue**“).



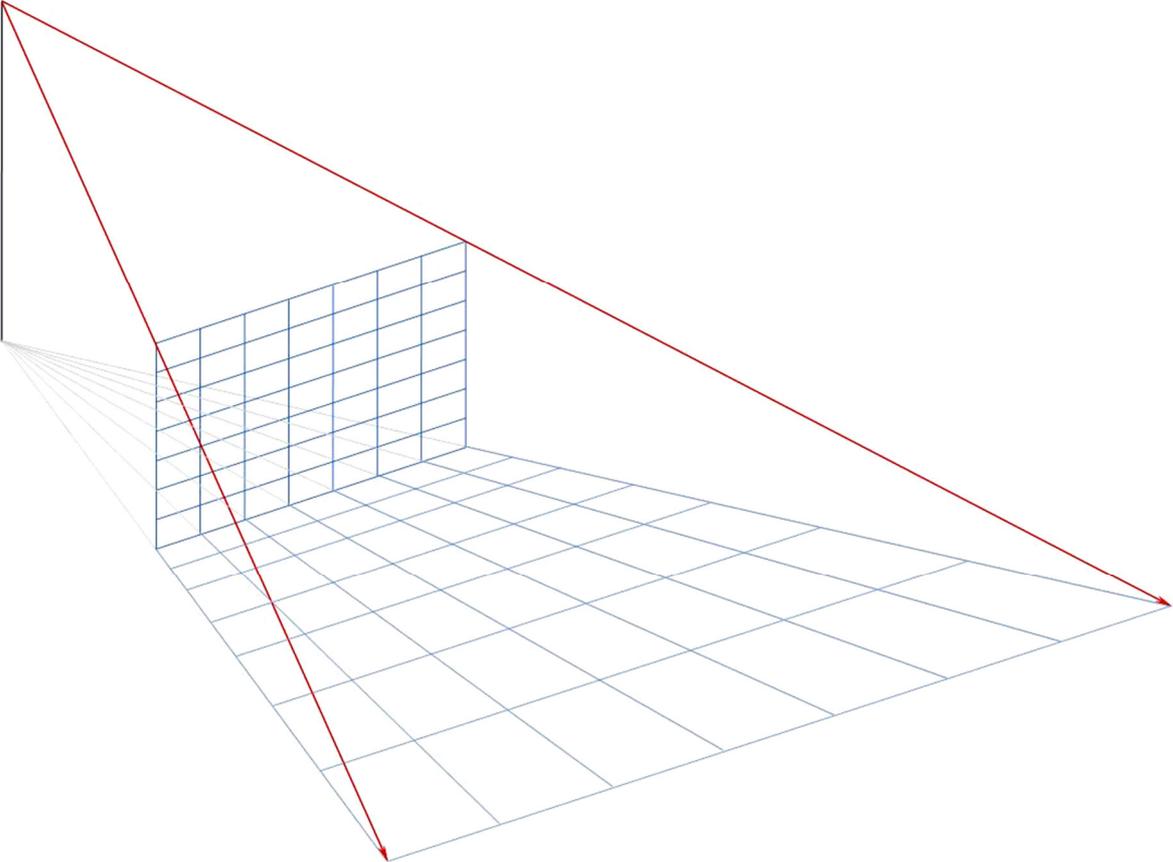
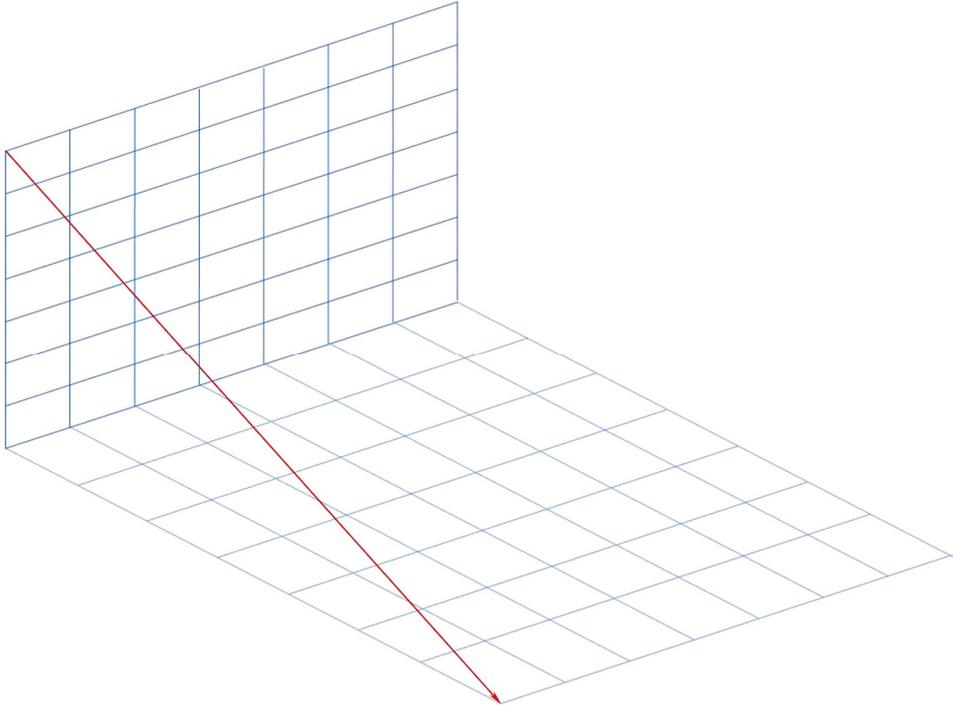
### Hinweis:

Um gekrümmte oder kreisförmige Objekte darstellen zu können, benötigt man zusätzliche Kenntnisse über die Abbildung von Kreisen und die Konstruktion von Ellipsen. Meist kann man die Objekte nach Ermitteln einiger Zwischenpunkte auch eintragen.

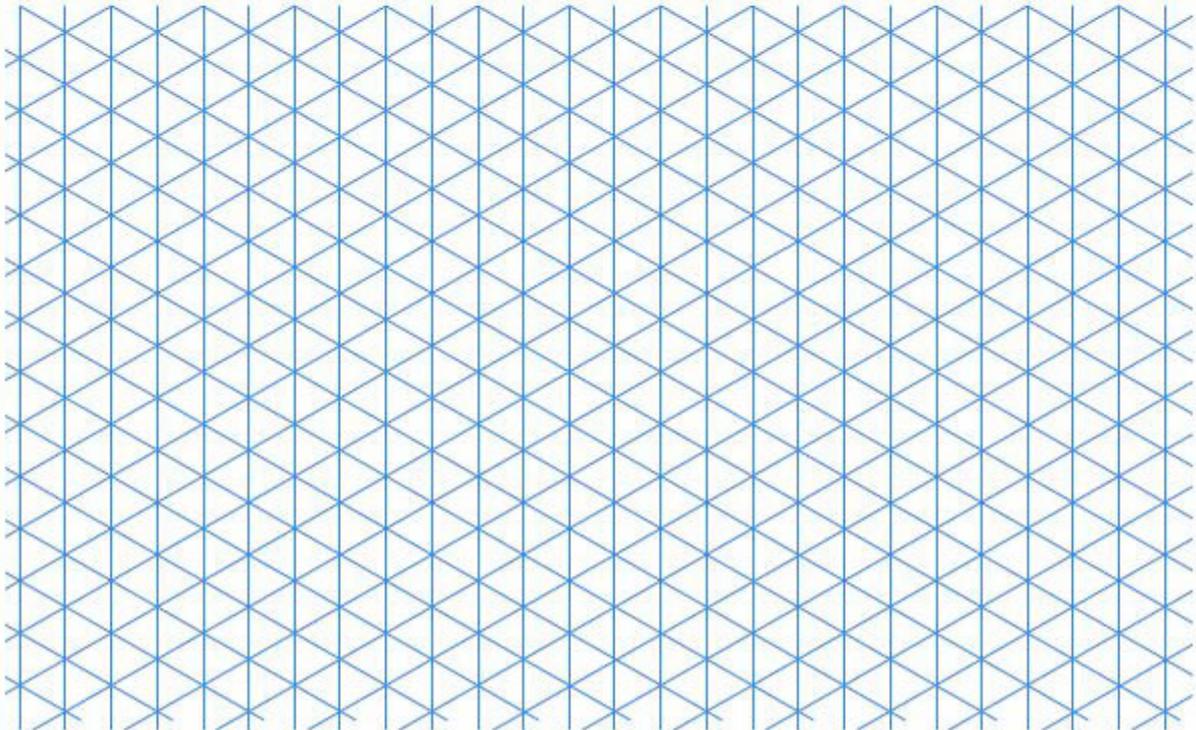
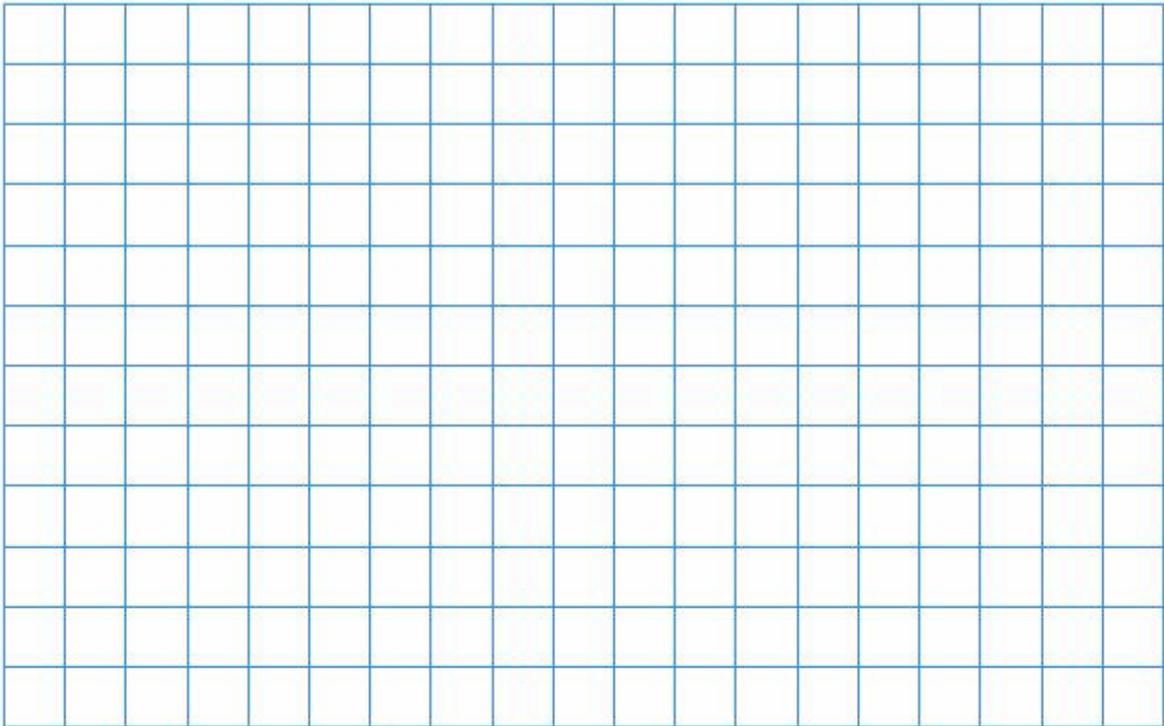
**Tipp zum praktischen Zeichnen:** Skizziert man einen solchen Parallelriss z.B. am Computer, so empfiehlt sich bei der Wahl der Achsenrichtungen darauf zu achten, dass möglichst viele Gitterpunkte darauf liegen. Dadurch vereinfacht man sich das Zeichnen bei komplexeren Objekten, weil man bei den Zwischenpunkten immer wieder von Gitterpunkten ausgehen kann.

Dieses Verfahren heißt in der Darstellenden Geometrie das „**axonometrische Abbildungsverfahren**“ oder kurz „**Axonometrie**“. Und das Schöne daran ist, dass – unabhängig davon wie die drei Achsenrichtungen am Zeichenblatt/Bildschirm gewählt werden – immer (bis auf den Maßstab) ein mögliches Bild des realen Objektes entsteht. Dieser Satz ist als Satz von POHLKE (Karl Wilhelm POHLKE 1810 – 1876, Berlin) oder als „Hauptsatz der Axonometrie“ in die Geschichte eingegangen.

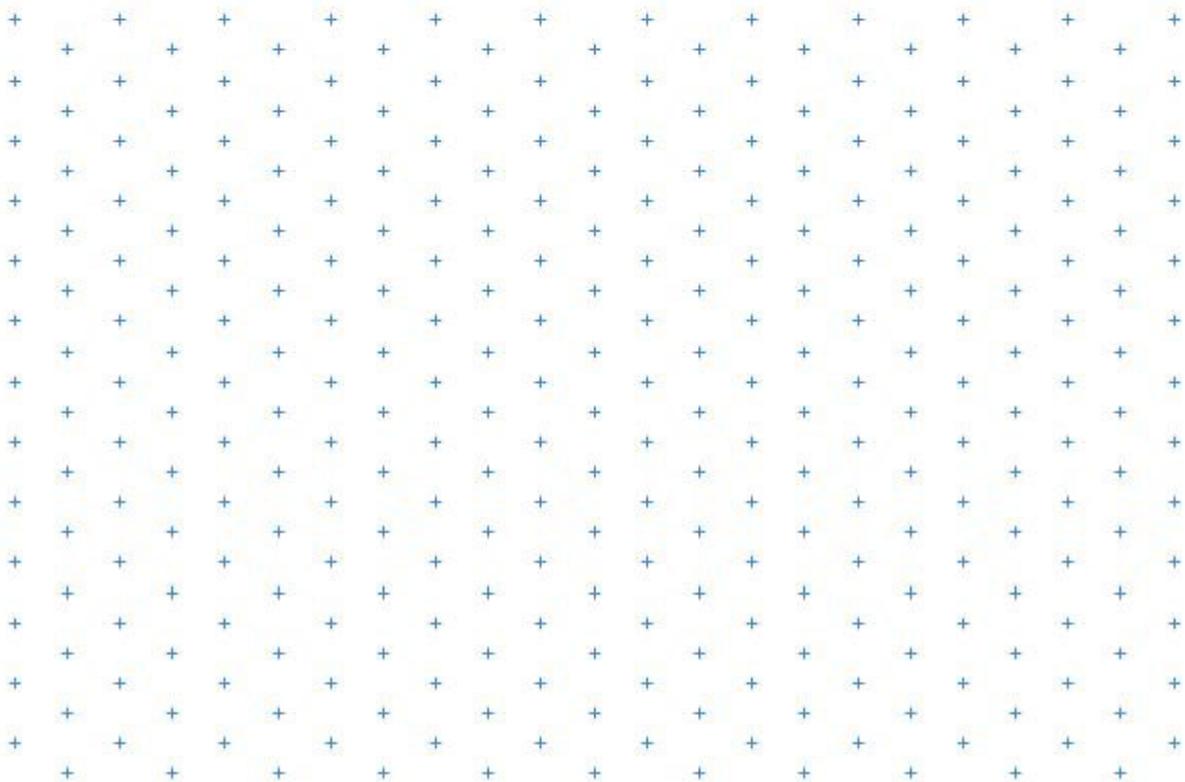
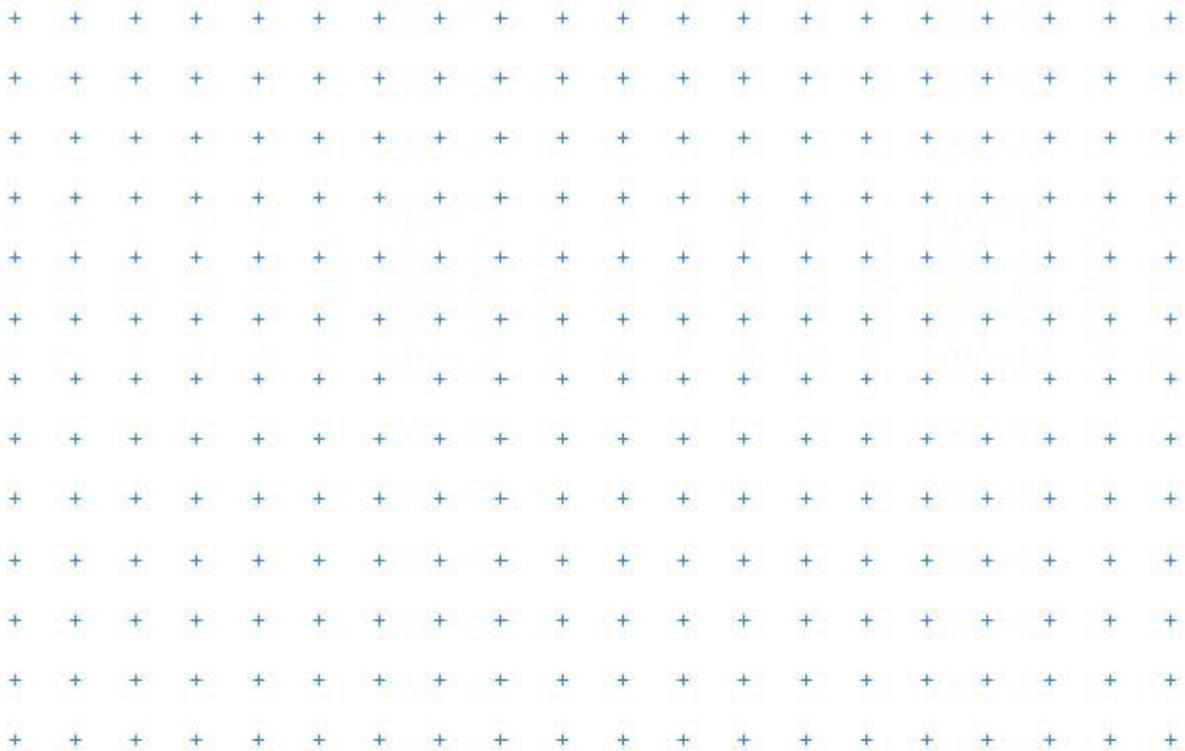
**Anhang: Parallel- und Zentralprojektion – Schatten von Buchstaben**



**Anhang: Liniengiterraster**



## Anhang: Punktgitterraster



## Anhang: Blattausführung

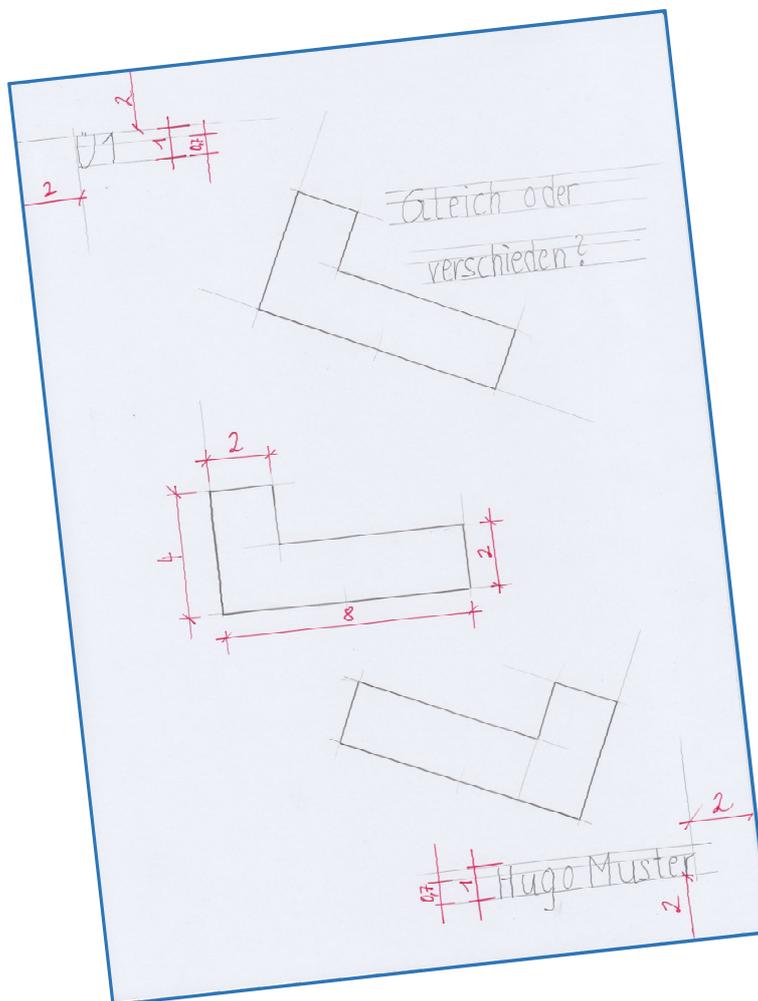
Zur Ausführung der Übungsblätter genügt Kopierpapier (80 g/m<sup>2</sup>). Ein gedachter, nicht eingezeichneter Rand von 2 cm sollte im Allgemeinen eingehalten werden.

Links oben die Blattnummer: Ü 1, Ü 2, ...

Rechts unten unter dem gedachten 2-cm-Rand: mit Größe 1,0/07 cm Vorname und Name. Die Beschriftung sollte mit dem rechten gedachten 2-cm-Rand aufhören. Die feinen Hilfslinien für die Beschriftung können bestehen bleiben.

Frei im Blatt kann das Thema der Zeichnung festgehalten werden.

### Beispiel



# Inhalt

Geometrisches Zeichnen – Gesetzliche Basis.....	3
Geometrisches Zeichnen - Lehrplan.....	3
GZ im Mathematikunterricht .....	5
Projektion, Raumkoordinatensystem.....	6
Zentralprojektion.....	7
Parallelprojektion .....	8
Das Raumkoordinatensystem / Axonometrie .....	12
Axonometrie – Spezialfälle.....	15
CAD-Ausblick .....	18
BOOLEsche Operationen .....	19
Raumtransformationen.....	19
Praktisches Arbeiten mit GAM .....	20
Praktisches Arbeiten mit Sketchup Make .....	21
Zugeordnete Normalrisse.....	23
Entstehung der Hauptrisse in zugeordneter Lage.....	23
Lesen von Hauptrissen .....	24
Zeichnen von Hauptrissen.....	28
Kreisdarstellung im Normalriss .....	29
Zentralprojektion/Perspektive .....	30
Perspektive: Das Prinzip, die Stiche DÜRERS.....	31
Konstruktionen.....	34
Lagenaufgaben Würfelsägeschnitte 1.....	35
Formenschatzerweiterung .....	39
Maßaufgaben .....	43
Schnittaufgaben, wahre Größe .....	46
Leitideen des Raumgeometrieunterrichts.....	47
Beitrag zur Grundbildung .....	53
Raumvorstellung und Bildungsstandards.....	55
GZ und/im Mathematikunterricht.....	63
Anhang.....	64
Anhang: Axonometrie zur Darstellung realer Objekte.....	64
Anhang: Parallel- und Zentralprojektion – Schatten von Buchstaben .....	65
Anhang: Liniengitter raster .....	66
Anhang: Punktgitter raster.....	67
Anhang: Blattausführung .....	68